Transition secondaire/supérieur : causes d'échec en mathématiques dans les filières scientifiques de l'Université de Ouagadougou.

Timbila Sawadogo

UNIVERSITÉ DE KOUDOUGOU

CENTRE DE PEDAGOGIE UNIVERSITAIRE

LABORATOIRE INTERDISCIPLINAIRE DE DIDACTIQUE DES DISCIPLINES (LABIDID)

THÈSE DE DOCTORAT UNIQUE

EN SCIENCES DE L'ÉDUCATION

SPÉCIALITÉ : DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Transition secondaire/supérieur : causes d'échec en mathématiques dans les filières scientifiques de l'Université de Ouagadougou.

Présenté et soutenu par:

SAWADOGO Timbila

Le 05 Juin 2014

Sous la direction de :

Monsieur Kalifa TRAORE, Maitre de Conférences à l'Université de Koudougou

Membres du jury:

Nadine Bednarz,	Professeure émérite, Université du Québec à Montréal,	Rapporteure, Présidente
Alain Kuzniak,	Professeur Titulaire, Université Paris Diderot,	Rapporteur
Kalifa Traoré,	Maitre de Conférences, Université de Koudougou,	Directeur de thèse
Tindaogo Valléan,	Maitre de Conférences, Université de Koudougou,	Membre
Jean-Claude Bationo,	Maitre de Conférences, Université de Koudougou,	Membre

Année académique 2013-2014

A ma famille

Avant propos

Cette thèse est la première thèse en sciences de l'éducation entièrement faite au Burkina Faso et la première soutenue à l'université de Koudougou. Cette dernière a été créée en Août 2005 et compte cinq établissements dont le Centre de Pédagogie Universitaire.

Le Centre de Pédagogie Universitaire est dirigé par un Directeur nommé par arrêté du Ministre chargé de l'Enseignement supérieur. La Directrice actuelle est Dr SOUGOTI/GUISSOU Marie Laure.

Il a pour missions le développement des pratiques pédagogiques au sein de l'Université, dans le but d'accroître la qualité de l'enseignement supérieur et le développer l'excellence dans ce cadre. Pour ce faire, le centre doit entre autres:

- Assurer la formation pédagogique des nouveaux enseignants du supérieur ;
- Identifier et partager les bonnes pratiques en matières d'enseignement universitaire ;
- Stimuler la création d'équipe de recherche sur des problématiques de l'éducation ;
- Valoriser les résultats de la recherche.

C'est sous la houlette de ce centre qu'un groupe d'enseignants a mené une réflexion pour la création et la mise en œuvre d'un programme doctoral en 2010. Ce programme doctoral issu d'un atelier regroupant des chercheurs des universités de Koudougou et de Ouagadougou, du Centre National de la Recherche Scientifique et Technique du Burkina Faso (CNRST), du CAMES et de l'AUF, a été validé par le conseil scientifique de l'université de Koudougou.

Ce programme porte sur les sciences de l'éducation et est assuré par les deux premiers laboratoires de recherche de l'université de Koudougou : le laboratoire de psychopédagogie, d'andragogie, de mesure et évaluation et de politiques éducatives (LAPAME), et le laboratoire interdisciplinaire de didactique des disciplines (LABIDID). Ces deux laboratoires sont dirigés respectivement par Dr Paré/Kaboré Afsata et Dr Kalifa Traoré.

La présente thèse en didactique des mathématiques traite de l'échec des étudiants en mathématiques en première année sciences et technologie de l'université de Ouagadougou en lien avec la transition secondaire-supérieur. Elle couronne l'engagement des autorités de l'université de Koudougou et le travail de ses enseignants dont l'engagement pour le développement du système éducatif burkinabè et le rayonnement de l'université de Koudougou n'est plus à démontrer.

Remerciements

Nous tenons à remercier notre directeur de thèse, Kalifa Traoré, Maître de conférences à l'université de Koudougou. Il est à la base de notre engagement dans cette recherche en didactique des mathématiques. Il a fait montre d'une grande disponibilité dans l'encadrement de cette thèse.

Nos remerciements vont également aux dirigeants de l'université de Koudougou et du Centre de Pédagogie Universitaire, qui ont eu l'ingénieuse idée d'ouvrir les portes de la recherche doctorale. Nous remercions particulièrement tous les enseignants qui ont activement participé à la mise en place effective de la formation doctorale en sciences de l'éducation à l'université de Koudougou.

Nos reconnaissances vont à Afsata PARE/KABORE, maître de conférence à l'Université de Koudougou et première directrice du Centre de Pédagogie Universitaire pour tous les soutiens qu'elle a consentis pour nous accompagner dans notre œuvre de recherche.

Nos remerciements à la coopération française et au laboratoire de didactique André Revuz de l'Université Paris Diderot pour les opportunités qu'ils nous ont offertes durant notre travail de recherche.

Nous remercions vivement tous les enseignants de lycées et de l'Université de Ouagadougou. Merci aux élèves et étudiants qui nous ont accueilli et participé à cette recherche.

Nous remercions notre chère et adorable épouse Hazarè et nos deux enfants Ernest et Clara. Ils ont souvent manqué de notre présence et de notre affection pendant cette épreuve doctorale.

Nous remercions nos camarades de doctorat qui nous ont accompagné et appuyé dans cette aventure doctorale. Il s'agit de Madame Béré Yvette, Messieurs Ouédraogo Roger, Sawadogo Alamissa et Zoundi Boubacar.

Enfin, nous exprimons nos remerciements à deux amis, Zongo Mahamadi et Nignan Victor, qui nous ont encouragés à nous lancer dans cette recherche à un moment où le doute nous traversait. Ils n'ont cessé de nous appuyer depuis lors.

Table des matières

Liste des sigles et abréviations

E.P.E.S	Etablissement Public d'Enseignement Supérieur
ISIG	Institut Supérieur d'Informatique de Gestion
BAC	Baccalauréat
CEFIG	Centre d'Etudes de Formation en Informatique de Gestion
DGIFPE	Direction Générale des Inspections et de la Formation des Personnels de l'Education (DGIFPE)
FAST	Faculté des Sciences et Techniques
IBAM	Institut Burkinabè des Arts et des Métiers
IDEGMI	Institut de Gestion et Maintenance
MPC	Mathématiques et Physique-Chimie
MPI	Mathématiques, Physique et Informatique
Tle D /Tle C	Terminale D /Terminale C
UCAO/ UUB	Université Catholique de l'Afrique de l'Ouest /Unité Universitaire de Bobo-Dioulasso
UFR	Unité de Formation et de Recherche
UFR/LAC	Unité de Formation et de Recherche / Langues, Arts et Communications
UFR/SEA	Sciences Exactes Appliquées
UFR/SEG	Sciences Économiques et de Gestion
UFR/SH	Unité de Formation et de Recherche /Sciences Humaines
UFR/SJP	Unité de Formation et de Recherche /Sciences Juridiques et Politiques
UFR/SS	Unité de Formation et de Recherche /Sciences de la Santé
UFR/SVT	Unité de Formation et de Recherche/ Sciences de la Vie et de la Terre
USTA	Université St Thomas d'Aquin de Ouagadougou

Liste des tableaux

Liste des figures

Liste des graphiques

Résumé

La transition enseignement secondaire/enseignement supérieur dans l'enseignement des mathématiques est source d'échec chez les étudiants. Cette transition entre deux cultures mathématiques (Artigue, 2004) a fait l'objet de nombreux travaux dans le monde (Praslon, 2000; Corriveau, 2007; Najar, 2010; Fulvi, 2010). Le Burkina Faso n'échappe pas à la règle et l'université de Ouagadougou connait de forts taux d'échec en mathématiques en première année dans ses filières scientifiques. Notre étude se donne pour objectif de rechercher les causes d'échec en mathématiques dans la transition secondaire/supérieur dans les filières scientifiques de l'université de Ouagadougou.

Après une revue des travaux de recherche sur la transition et notre cadre théorique nous avons incriminé les représentations et croyances des acteurs, la rupture dans les méthodes et programmes d'enseignement, de même que la rupture dans les exigences en formalisme et en démonstration comme causes des échecs constatés.

Nos investigations auprès des acteurs (enseignants et apprenants) et l'analyse des programmes d'enseignement et des tâches données aux apprenants des deux ordres d'enseignement a permis de mettre en exergue une forte rupture dans les méthodes et programmes d'enseignement. Les enseignements secondaire et supérieur semblent fonctionner en vase clos, créant des difficultés d'adaptation des apprenants. Cette analyse a aussi mis en lumière des représentations et croyances défavorables à l'apprentissage des mathématiques dans la transition entre les deux ordres d'enseignement. Les exigences en formalisme et en démonstration connaissent une hausse considérable dans la transition secondaire/supérieur.

Mots clés : transition secondaire/supérieur, représentations, méthodes d'enseignement, formalisme, démonstration

Abstract

The transition secondary education / university education in mathematics education is a source of failure among students. This transition between two mathematical cultures (Artigue, 2004) has been the subject of numerous studies worldwide (Praslon, 2000; Corriveau, 2007; Najar, 2010; Fulvi, 2010). Burkina Faso is no exception to the rule and the University of Ouagadougou knows high rates of failure in mathematics in its first year of science courses.

The objective of our study is to investigate the causes of failure in mathematics in secondary / university transition in the sciences options at the University of Ouagadougou.

After a review of research on the transition and our theoretical framework we have blamed representations and beliefs of the actors, the gap in the teaching methods and programs, as well as the gap between the requirements in formalism and in demonstration as identified causes of failures.

Our investigations with the actors (teachers and learners) and analysis of educational programs and tasks given to learners of both levels of education helped to highlight a strong gap in the methods and curricula. Secondary and university education seem to work in isolation, creating difficulties of adaptation of learners. This analysis has also revealed representations and beliefs hindering learning of mathematics in the transition between the two levels of education. Requirements in formalism and demonstration experience a significant increase in the secondary / university transition.

Keywords: transition secondary / university, performances, teaching methods, formalism, demonstration.

Introduction

L'enseignement/apprentissage des mathématiques occupe une place importante dans le système éducatif du Burkina Faso, étant donné le temps consacré à celui-ci dans les classes du post-primaire au secondaire. Les élèves et étudiants rencontrent d'énormes difficultés et connaissent des échecs importants dans cette discipline (Douamba, 1999; Koné, 2006 ; Traoré, 2007).

Impliqué dans l'enseignement des mathématiques dans les lycées et collèges au Burkina Faso depuis le début du siècle, nous avons toujours été interpellés par nos élèves, anciens élèves et des proches sur la question des études en mathématiques dans l'enseignement supérieur. Ces interpellations, souvent sous forme de plaintes, sont relatives au taux d'échecs élevé dans les filières scientifiques de l'université de Ouagadougou. Nos réponses étaient qu'il fallait doubler d'efforts pour réussir en mathématiques. Il est arrivé de conseiller à certains étudiants de changer de filière car "tout le monde ne pouvait réussir en mathématiques".

Devenu conseiller pédagogique de mathématiques, appelé à mener des réflexions sur l'enseignement des mathématiques, le constat d'échec massif en mathématiques, toujours d'actualité, dans les filières scientifiques de l'université de Ouagadougou ne nous laissait plus indifférent.

Ce constat d'échec en mathématiques à l'entrée dans l'enseignement supérieur nous amène à interroger la qualité de la transition secondaire /supérieur. De notre expérience de professeur de mathématiques, ce sont les élèves qui ont fait montre de bonnes performances en mathématiques en classe et à l'examen du baccalauréat qui sont orientés dans ces filières. Nous avons mis en cause la transition enseignement secondaire/enseignement supérieur et nous avons jugé utile d'entreprendre une étude sur les causes probables des échecs en mathématiques liés à cette transition.

Cette thèse intitulée « transition secondaire/supérieur : causes d'échec en mathématiques des étudiants des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou » ambitionne de trouver des causes d'échecs en mathématiques relatifs aux représentations et croyances, aux ruptures dans les méthodes et programmes d'enseignement et dans les exigences en formalisme et en démonstration. Elle se subdivise en six (06) chapitres.

Dans le premier chapitre de la thèse, nous abordons la problématique de notre recherche à travers le problème, les objectifs et les questions de recherche. Quelques travaux de recherche sur la transition scolaire sont ensuite explorés pour planter la pertinence de notre recherche. Notre problème part du constat d'échec « massif » d'étudiants en première année des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou. Nous avons incriminé la transition enseignement secondaire/enseignement supérieur car les étudiants en échec entrent dans l'enseignement supérieur munis, pour la grande majorité, d'un baccalauréat scientifique. Nous nous sommes fixé pour objectifs de rechercher les causes d'échecs dans l'optique de proposer des solutions à même d'amoindrir les effets négatifs de la transition sur la réussite en mathématiques des étudiants en première année. Nous nous sommes posé des questions sur le rôle joué par les représentations et croyances des acteurs, sur la liaison dans les méthodes et programmes d'enseignement et sur les exigences en formalisme et en démonstration.

Le second chapitre est consacré à l'élucidation de certains concepts, au cadre théorique et aux hypothèses de recherche. La définition des concepts clés de notre recherche et des modèles théoriques d'étude des transitions tels que le modèle écologique de la transition de Bronfenbrenner (Bronfenbrenner, 1996) et le modèle de Doray (Doray *et al.*, 2009) sont au centre de ce chapitre. Bronfenbrenner (Bronfenbrenner, 1996) a une vision systémique de la transition. Doray (Doray *et al.*, 2009) élaborent un modèle théorique propre à l'étude des transitions dans les parcours éducatifs autour de six sous-ensembles de variables : la situation, le Soi, les soutiens, les stratégies, les contraintes et les mécanismes compensatoires (DORAY, 2009). La vision des mathématiques comme pratiques sociales est une autre théorie développée dans cette partie de la thèse. Cette vision des mathématiques, qui rompt avec l'idée selon laquelle les mathématiques sont universelles et infaillibles, met en évidence le rôle de la vision des mathématiques dans l'échec des apprenants dans cette discipline. Ce chapitre s'achève par les hypothèses que nous avons formulées au regard de nos questions de recherche et de notre cadre théorique qui sont :

- La rupture dans les méthodes et programmes est une des causes des échecs en mathématiques constatés dans la transition secondaire/supérieur ;
- Les représentations et croyances des apprenants et des enseignants à l'égard des mathématiques et de leur enseignement sont des causes d'échec massif des étudiants en mathématiques dans la transition secondaire/supérieur ;
- La rupture dans les exigences en formalisme et en démonstration est une des causes des échecs en mathématiques dans la transition secondaire/supérieur.

Le troisième chapitre présente l'approche méthodologique que nous avons adoptée et la justification de ce choix. Les outils de recueil de données, le public cible et le processus d'échantillonnage y sont aussi détaillés. L'approche de recherche est mixte car alliant recueil de données qualitatives et quantitatives. Les outils de recherche utilisés pour cette étude sont le questionnaire, l'entretien semi-dirigé et l'analyse documentaire. Le public cible visé se compose d'acteurs (apprenants et enseignants) des deux ordres d'enseignement que sont l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur. L'analyse documentaire porte sur les programmes d'enseignement et des tâches données aux apprenants lors d'examens dans les deux ordres d'enseignement.

La reconstruction du récit de collecte est faite au chapitre 4. Dans cette partie, nous faisons le bilan de la collecte des données.

Le cinquième chapitre est consacré à l'analyse des données recueillies. Les données recueillies par questionnaires auprès des apprenants (élèves et étudiants) et auprès des enseignants du secondaire ont fait l'objet d'analyses statistiques avec le logiciel SPSS statistics. Les données recueillies par l'intermédiaire des entretiens semi-dirigés, ont été traitées et analysées avec le logiciel SONAL.

Dans le sixième et dernier chapitre de la thèse, nous interprétons nos résultats au regard de notre cadre théorique. Les limites de notre étude et des perspectives de recherche y sont aussi évoquées.

Partie 1 : Aspects Théoriques

Chapitre1 : Problématique

1. Problématique

La recherche en sciences sociales peut être considérée comme une action organisée, systématique, critique qui prend naissance par un questionnement scientifique concernant une situation sous investigation dans un objectif de trouver des réponses et des solutions ou de développer de nouvelles théories et connaissances à partir de l'analyse d'un objet de recherche. La problématique est la partie traitant du questionnement scientifique sur le sujet de recherche.

Dans ce chapitre, il s'agit pour nous de situer le contexte de notre recherche, de poser clairement les questions et les objectifs de la recherche, de montrer la pertinence de notre choix. Nous terminons par des travaux de référence relatifs à notre thème.

1.1. Contexte

L'éducation joue un rôle central dans le processus de développement des pays, et en particulier dans ceux les moins avancés. Le capital humain est un facteur déterminant l'essor économique, politique et social d'un pays. Le développement est donc tributaire de l'efficacité du système éducatif principal responsable de la formation et de la qualification des ressources humaines.

Suite aux recommandations des Etats Généraux de l'Education (1994) et des Assises Nationales sur l'Education (2002), le Burkina Faso a entamé plus d'une décennie après, une réforme de son système éducatif. Au sens de la loi 013/2007/AN du 30 juillet 2007 portant le nom de "loi d'orientation de l'éducation", le système éducatif du Burkina Faso comprend :

- L'éducation formelle;
- L'éducation non formelle;
- L'éducation informelle;
- L'éducation spécialisée.

Le volet formel du système éducatif comprend quatre ordres d'enseignement[1] : l'enseignement de base ; l'enseignement secondaire, l'enseignement supérieur et la formation technique et professionnelle.

Dans la vision de cette réforme de l'éducation entamée en 2006, un continuum devrait exister entre ces quatre ordres d'enseignement. Cependant force est de constater que chaque ordre semble évoluer de manière isolée. Cela a certainement un impact sur l'efficacité, l'efficience et la performance du système éducatif.

Les forts taux de redoublements, d'abandons et d'exclusions dans les différents ordres d'enseignement posent un problème d'efficacité interne du système. Les taux d'échecs scolaires massifs dans les classes de sixième (Douamba, 1999), de seconde (B. Traoré, 2002) et de première année d'université (Barro/Pitroipa, 2007) posent le problème de la transition entre les différents cycles d'enseignement.

L'enseignement supérieur au Burkina Faso est assuré par l'Etat et le secteur privé. Dernier maillon de la chaine, il connait des difficultés de plusieurs ordres liées à l'accroissement exponentiel des demandes d'accès, à l'insuffisance des capacités d'accueil, aux contraintes sociales, à l'instabilité sociale, à des taux d'échecs élevés dans certaines unités de formation et de recherche.

Le secteur privé en charge de l'enseignement supérieur se subdivise en privé laïque et privé confessionnel. Le privé laïc a connu ses débuts à Ouagadougou en 1992 avec l'ouverture du Centre d'études de formation en informatique de gestion (CEFIG), de l'Institut supérieur d'informatique de gestion (ISIG) et de l'Institut de Gestion et Maintenance (IDEGMI).

Les premiers établissements privés confessionnels d'enseignement supérieur sont l'université St Thomas d'Aquin de Ouagadougou (USTA) et l'Université Catholique de l'Afrique de l'Ouest, Unité Universitaire de Bobo-Dioulasso (UCAO/ UUB) ouvertes respectivement en 2004 et 2005.

---

[1] Selon la Réforme du système éducatif (2007)

Le secteur privé dans l'enseignement supérieur connait ces dernières années une très forte expansion. On dénombre officiellement de nos jours, environ 61 établissements privés d'enseignement supérieur (EPES) dont 7 universités et 54 instituts et écoles selon les données du Ministère des Enseignements Secondaire et Supérieur (MESS). Ces établissements se répartissent dans les villes de Ouagadougou, Bobo-Dioulasso, Koudougou, Ouahigouya, Kaya et Dédougou.

L'enseignement supérieur dans le secteur public se fait principalement dans quatre universités : l'université de Ouagadougou, l'université de Ouaga 2 (UO_2), l'université polytechnique de Bobo-Dioulasso et celle de Koudougou. Les centres universitaires de Ouahigouya, Fada N'gourma et de Dédougou sont encore embryonnaires et relèvent de l'université de Ouagadougou.

L'université de Ouagadougou est composée de sept unités de formation et de recherche (UFR) et d'un Institut. Il s'agit des UFR: Langues, Arts et Communications (UFR/LAC); Sciences Humaines (UFR/SH) ; Sciences Juridiques et Politiques (UFR/SJP) ; Sciences Économiques et de Gestion (UFR/SEG) ; Sciences Exactes Appliquées (UFR/SEA) ; Sciences de la Santé (UFR/SS) ; Sciences de la Vie et de la Terre (UFR/SVT) et de l'Institut Burkinabè des arts et des métiers (IBAM).

Les UFR en sciences exactes et appliquées, en sciences de la vie et de la terre de l'Université de Ouagadougou sont celles qui accueillent et forment les futurs scientifiques du pays. Elles ont la réputation à tort ou à raison de produire beaucoup d'échecs scolaires. Les résultats des dernières années avant la réforme LMD attestent d'un fort taux de redoublement en première année comme le montre le tableau suivant:

Tableau 1 : Statistiques des notes obtenues en mathématiques par les étudiants de MPI et MPC entre 2007 et 2009.

Années académiques	Effectifs d'étudiants	Etudiants ayant eu une note sur 20								Taux d'échec
		Strictement inférieure à 7		comprise entre 7 et 9		Strictement inférieure à 10		Supérieure ou égale à 10		
		Effectif	Taux	Effectif	Taux	Effectif	Taux	Effectif	Taux	
2006-2007	530	295	56%	133	25%	428	81%	102	19%	81%
2007-2008	785	494	62%	154	20%	648	83%	137	17%	83%
2008-2009	788	287	36%	216	27%	503	63%	285	37%	63%

Source : Service de scolarité de l'UFR/SEA, Université de Ouagadougou

L'échec massif en mathématiques des étudiants en première année est un phénomène ancien et persistant. De notre expérience d'élève, d'étudiant et de professeur de mathématiques au secondaire, nous avons été témoin de beaucoup de choses. Dès la terminale[2] , les échos d'échec arrivant de la Faculté des Sciences et Technique (FAST[3]) amènent les élèves à opter pour d'autres filières telles que la médecine, la géographie et j'en passe après leur succès au baccalauréat (BAC). En tant qu'étudiant, les résultats des différents examens dans la filière MPC (Mathématiques et Physique-Chimie) affligeaient même les plus téméraires : à chaque proclamation des résultats de sessions,

[2]La Terminale est la dernière classe de l'enseignement secondaire

[3] La FAST (divisée en deux UFR maintenant) regroupait les départements de mathématiques, de physique-chimie et de science de la vie et de la terre de l'université de Ouagadougou avant la réforme de celle-ci en 2000

le nombre élevé de néants sur les feuilles de proclamation témoignait de l'acuité de l'échec des étudiants en mathématiques. D'après le tableau ci-dessus cette situation n'a pas changé[4].

Au niveau institutionnel, une prise de conscience du phénomène d'échec en mathématiques dans les premières années des filières scientifiques a été à l'origine de l'organisation d'un séminaire-atelier sur le renforcement de la liaison enseignement secondaire-enseignement supérieur. Organisé du 26 au 28 janvier 2004 par la direction générale des inspections et de la formation des personnels de l'éducation (DGIFPE) à travers ses inspections de Mathématiques, de Sciences Physiques et de Sciences de la Vie et de la Terre en collaboration avec les Unités de Formation et de recherche en Sciences Exactes et Appliquées (UFR/SEA) et en Sciences de la Vie et de la Terre (UFR/SVT) de l'université de Ouagadougou, ce séminaire a mis en relief l'échec scolaire des étudiants de première année dans les matières scientifiques, et notamment en mathématiques.

Cet échec « massif » des étudiants de première année en mathématiques interpelle d'autant plus qu'en général les étudiants qui s'engagent dans le domaine de formation « Sciences et Technologies »[5] sont des élèves issus des classes des Terminales[6] C et D avec de bonnes notes dans les matières scientifiques (mathématiques, sciences physiques, et sciences de la vie et de la terre). Ils ont suivi au lycée un enseignement faisant une large part aux mathématiques comme le montre le tableau 2 ci-dessous des volumes horaires par discipline et par classe dans l'enseignement secondaire au Burkina Faso.

---

[4] L'absence de statistiques pour les années académiques après 2009 est due aux changements survenus à partir de l'année académique 2009-2010 avec l'entrée des options MPI, MPC, MP et biologie dans le système Licence-Master-Doctorat.

[5] Depuis l'entrée des filières scientifiques dans le système LMD en 2009-2010, les options de formation MP, MPI, MPC et CBBG sont versées dans le même domaine de formation appelé Sciences et technologies

[6] Les séries C et D constituent les filières à vocation scientifique de l'enseignement général au Burkina Faso

<u>Tableau 2</u> : Volume horaire hebdomadaire par discipline et par classe dans l'enseignement secondaire général au Burkina Faso

Classes	**2A**	**2B**	**2C**	**1A**	**1B**	**1C**	**1°D**	**TA**	**TB**	**TC**	**TD**
Allemand	6	/	/	6	/	/	/	5	/	/	/
Anglais	3	/	3	3	/	3	3	3	/	3	3
Français	5	/	5	5	/	4	4	5	/	4	4
Histoire et	3	/	3	3	/	3	3	4	/	3	3
Maths	3	/	5	3	/	7	6	3		9	6
SVT	2	/	3	2	/	2	4	/	/	3	6
Physique Chimie	3	/	6	2	/	6	5	/	/	6	5
E.P.S	2	/	2	2	/	2	2	2	/	2	2
Philosophies	/	/	/	3	/	2	2	8	/	3	3
Total	27	/	27	29	/	29	29	30	/	33	32

Légende : /=discipline non enseignée dans la classe concernée. Les lettres A, C, D désignent les séries des classes (A pour les séries littéraires, C pour les mathématiques et sciences physiques, D pour les sciences de la vie et de la terre). SVT= sciences de la vie et de la terre.

Source : site officiel du MESSRS : www.messrs.gov.bf

On peut remarquer que sur les trois années du secondaire, les élèves de la Terminale C ont suivi un volume horaire hebdomadaire moyen de 7 heures tandis que ceux de terminale D ont un volume horaire hebdomadaire moyen de 6 heures.

Il faut noter aussi que les conditions d'orientations dans les filières Sciences et Technologies de l'Université de Ouagadougou font la part belle aux postulants ayant fait preuve d'une bonne réussite aux épreuves scientifiques du baccalauréat et particulièrement en mathématiques. Ces filières accueillent donc en première année des étudiants brillants en mathématiques au secondaire. On peut légitimement se demander comment ces élèves sont devenus subitement en situation d'échec en mathématiques après leur passage du lycée à l'université ? La transition a-t-elle une part de responsabilité dans l'échec en Mathématiques des étudiants de première année en sciences et technologies de l'université de Ouagadougou ?

1.2. Questions et objectifs

Le présent travail de recherche a pour objectif général de rechercher les causes de l'échec massif, liées à la transition secondaire-supérieure, des étudiants de première année à l'université de Ouagadougou en Mathématiques dans l'optique de proposer des solutions à même de résorber les effets négatifs de la transition sur le succès des étudiants en première année. Elle s'intéresse aux croyances et conceptions des acteurs, aux méthodes et programmes d'enseignement et aux exigences en formalisme et en démonstration.

- Quelle est la place des croyances et des conceptions des acteurs à l'égard des mathématiques et de leur enseignement dans l'échec des étudiants de première année ?

- Y a-t-il une liaison entre les programmes d'enseignement du secondaire et de première année d'université ? Y a-t-il une rupture dans les attentes en matière de formalisme et de démonstration entre le secondaire et le supérieur ?

- Y a t-il des divergences de méthodes d'enseignement entre le secondaire et le supérieur ?

Ce sont là quelques questions qui nous serviront de fils conducteurs pour cette recherche. De façon spécifique, nous visons les objectifs suivants:

Objectif spécifique 1 : rechercher les facteurs d'échec dans la transition secondaire/supérieur liés aux croyances, conceptions et représentations des acteurs (élèves, étudiants, enseignants) à propos des mathématiques et de leur enseignement. Une investigation des conceptions des enseignants et apprenants à l'égard des mathématiques, susceptibles d'être causes d'échec chez les étudiants de première année est nécessaire.

Objectif spécifique 2 : rechercher les facteurs d'échec dans la transition secondaire/supérieur liés aux programmes de mathématiques et aux méthodes d'enseignement. Il s'agit de déceler les facteurs d'échec imputables à la qualité de la liaison entre le secondaire et le supérieur dans les méthodes et les programmes d'enseignement.

Objectif spécifique 3 : rechercher les facteurs d'échec dans la transition secondaire/supérieur liés aux exigences en formalisme et à la démonstration. Il s'agit de confronter les exigences en formalisme et en démonstration dans les deux ordres d'enseignement. L'adéquation des programmes de l'enseignement secondaire comme préréquis des programmes de première année des filières scientifiques dans le cadre du formalisme et de la démonstration sera analysée dans la quête de facteur d'échec.

Les problèmes de transition entre cycles ne sont pas nouveaux et spécifiques au Burkina Faso. Des auteurs (Artigue, 2004; Barro/Pitroipa, 2007; Najar, 2010) se sont intéressés à la question. Le paragraphe suivant nous situe sur les travaux réalisés dans ce sens au Burkina Faso et ailleurs dans le monde.

1.3. Quelques travaux sur la transition entre cycles d'enseignement

Dans les lignes qui suivent nous montrons la pertinence de notre thème à travers une revue des travaux relatifs au sujet de notre recherche

1.3.1. Pertinence du thème

Le problème de la transition entre les cycles d'enseignement est une question récurrente. La question a fait l'objet de nombreux travaux au Burkina Faso (Barro/Pitroipa, 2007; Douamba, 1999; Koné, 2006) et à travers le monde (Artigue, 2004; Najar, 2010; Praslon, 2000 -a), sous des angles et des aspects variés.

Au Burkina Faso, des études (Barro/Pitroipa, 2007; Douamba, 1999; Koné, 2006) ont traité du problème d'échec lors de transitions scolaires. Barro/Pitroipa (2007) a étudié la corrélation entre la transition secondaire/supérieur et l'échec des étudiants de première année en physique et chimie. Les travaux de Sebego (2005) et Koné (2006) ont traité de l'échec en mathématiques en relation avec la transition du primaire au post-primaire. Aucun de ces travaux n'a spécifiquement ciblé la problématique de l'échec en mathématiques en première année universitaire en lien avec la transition entre le secondaire et le supérieur.

Sur le plan institutionnel, le séminaire-atelier organisé en 2004 par la direction générale des inspections et de la formation des personnels de l'éducation (DGIFPE) et certaines unités de formation et de recherche (UFR) de l'université de Ouagadougou sur le renforcement de la liaison secondaire-université a marqué la prise de conscience nationale des difficultés qu'ont les étudiants des filières scientifiques lors de la transition du lycée à l'université. Cet atelier se donnait comme but de réfléchir sur la formalisation de la liaison secondaire-supérieur et sur la continuité des contenus d'enseignement du secondaire et du supérieur. La réduction de l'échec scolaire et universitaire et l'harmonisation des méthodes d'enseignement et d'évaluation faisaient partie des objectifs de ce séminaire atelier. Il a relevé:

- des disparités en sciences et en mathématiques dans les deux ordres d'enseignement;
- un déficit d'enseignants en sciences, particulièrement en mathématiques ;
- des programmes très ambitieux au secondaire ne laissant pas de temps de travail aux enseignants et aux élèves.

Une des recommandations de cet atelier est la mise en place d'une commission mixte légère chargée de la liaison enseignement secondaire/enseignement supérieur, une recommandation qui semble restée sans suite.

Notre travail se propose de rechercher plus profondément les disparités dans les méthodes et techniques d'enseignement, les liens entre les programmes d'enseignement en mathématiques et les croyances et conceptions à l'égard des mathématiques qu'ont les acteurs, susceptibles d'occasionner des difficultés chez les étudiants de première année.

1.3.2. Quelques données sur la transition entre cycles au niveau international

Au plan international, de nombreuses universités en Europe ont créé des groupes de réflexion et d'étude sur le sujet. Le projet Passeport de l'Université Catholique de Louvain (Belgique) travaille sur l'identification des préréquis pour l'enseignement supérieur. Un groupe de réflexion réunissant professeurs de lycée et d'université est créé à l'Académie de Créteil en France pour remédier à la désaffection des étudiants pour les études scientifiques par l'adoucissement des conditions de la transition secondaire/supérieur.

Le thème 6 du colloque de l'Espace Mathématique Francophone tenu à Sherbrooke du 27 au 31 Mai 2006 était « Transition secondaire/postsecondaire et enseignement des mathématiques dans le postsecondaire » et fut l'objet de neuf communications. Le document introductif indique que l'enseignement universitaire, de par son formalisme, est d'emblée en opposition avec les approches adoptées au secondaire. Selon de nombreux travaux de didactique, un tel formalisme tendrait à déstabiliser les étudiants du premier cycle universitaire et serait à l'origine de nombreux échecs.

Dans sa communication intitulée *« quand les bonnes méthodes ne marchent pas »* Nadia Azrou (Azrou, 2007) relève plusieurs causes d'échec des étudiants tels que l'absence de préparation des élèves pour l'université sur les plans mathématique, social et scientifique, de la part du lycée et de l'université. La différence entre l'enseignement des mathématiques au secondaire et à l'université; l'absence d'éducation mathématique (ensemble de techniques, de méthodes et de connaissances de base) chez les bacheliers, y sont aussi relevés à travers son expérience personnelle.

Faïza Chellougui (Chellougui, 2007) relève les difficultés engendrées par le formalisme mathématique, dans la gestion et la manipulation des quantificateurs chez les nouveaux venus à l'université lors de l'introduction d'une nouvelle notion mathématique.

Denise Grenier et Charles Payan (Grenier & Payan, 2007) dans une communication sur les « savoirs transversaux » ont relevé que ces savoirs, nécessaires aux études universitaires, ne sont pas construits par l'enseignement secondaire français. Pour ces auteurs « un saut didactique » semble caractériser la transition secondaire/post secondaire.

L'abondance des communications dans ce sixième thème du colloque de l'espace mathématique de Sherbrooke atteste de la réalité des difficultés engendrées par la transition secondaire/supérieur et des préoccupations que se font les acteurs de l'éducation à travers le monde.

Des travaux de recherches ont abordé les difficultés d'apprentissages des mathématiques lors de la transition secondaire/supérieur et cela suivant des axes diversifiés.

Le volet culturel de la transition a été étudié par Artigue (2004). Pour elle, les institutions où sont enseignées les mathématiques ont leur culture mathématique propre à elles ; à travers les objets de savoir qui s'y enseignent, mais aussi par des savoir-faire, des modes de pensée et des pratiques qui orientent la transposition et influencent les pratiques et les conceptions. La transition entre le secondaire et le supérieur est donc de son point de vue une transition entre deux cultures : la culture secondaire et la culture universitaire. Elle distingue les niveaux suivants dans une culture mathématique: le formel lié aux croyances, l'informel correspondant aux schémas d'action et de pensée non explicités et le technique correspondant à la part explicite de la connaissance, aux techniques et aux théories.

> - le niveau **formel** correspond aux croyances sur ce que sont les mathématiques, ce qu'en sont les outils et méthodes légitimes,
> - le niveau **informel** correspond aux schémas d'action et de pensée, aux manières non explicitées de faire les choses, de penser et raisonner qui résultent de l'expérience et de la pratique […].
> - le niveau **technique** […] correspond à la part explicite de la connaissance, aux techniques institutionnalisées et aux théories (Artigue, 2004, p.2)

Pour Artigue (Artigue, 2004) la culture du secondaire se caractérise par une fragilité des connaissances des élèves qui terminent le lycée, une fragilité liée à la faiblesse de la composante d'explication et de structuration du savoir.

Les éléments du changement de culture lors de la transition ont été relevés par d'autres chercheurs :(Bloch, 2000; Gueudet, 2008; Praslon, 2000 -b). De ces éléments, nous pouvons citer l'accélération du temps didactique à l'université, l'évolution de la dialectique cours/exercices, l'évolution du degré d'autonomie, l'évolution des objets d'enseignement et la modification du contrat didactique.

D'autres travaux se sont intéressés à la transition secondaire/supérieur sur les difficultés des étudiants dues à l'usage du formalisme mathématique. On peut évoquer dans ce sens les travaux au sujet de l'algèbre linéaire (Corriveau, 2007; Dorier, 1990; Robert, 1998; Rogalski, 1990) Ces travaux ont montré que les difficultés des étudiants dans ce domaine sont liées à ce qu'ils ont appelé « l'obstacle du formalisme ».

Des travaux de Dorier (1990) ont montré que le blocage dans la résolution de problèmes est dû au manque de maîtrise du langage ensembliste et la déficience dans les connaissances de logique élémentaire. Ces déficiences rendent inopérantes les connaissances d'algèbre linéaire étudiées. Corriveau (2007) remarque des difficultés liées à l'usage du symbolisme mathématique et des règles de logique dans l'établissement de démonstrations par les étudiants. Les symboles représentent des nouveaux objets mathématiques enseignés sans insistance par les enseignants. La complexité des tâches de démonstration soumises aux étudiants d'un cours du collégial[7] et la préparation à ces tâches au secondaire ont été analysées. L'auteur conclut avec des pistes de réflexions et d'interventions visant à minimiser les impacts de cette transition secondaire-collégial.

Notre problématique étant campée avec nos questions et objectifs de recherche, dans les lignes qui suivent, nous abordons les cadres théorique et conceptuel.

[7] L'auteure est canadienne et le collégial correspond à 6 et 7 ans après les études primaire dans ce pays, le secondaire dure 5 ans après le primaire. Le collégial correspondrait aux classes de première et terminale au Burkina Faso.

Chapitre 2 : Cadre théorique et conceptuel

Dans cette partie nous élucidons les concepts clés de notre étude et nous précisons les fondements théoriques sur lesquelles nous nous appuyons pour notre analyse.

2.1. Cadre conceptuel

Ce paragraphe est consacré à la définition de certains termes et à une prise de position par rapport au sens que nous donnons à certains concepts utilisés dans notre étude. Il s'agit des concepts de filières scientifiques, de préréquis, de méthodes pédagogiques, d'enseignement/apprentissage, de représentations et de programmes d'études.

2.1.1. Filières scientifiques de l'Université de Ouagadougou

Le dictionnaire actuel de l'éducation (Legendre, 1993) définit les filières comme « différentes séries de programme susceptibles d'être offertes par l'enseignement secondaire, séries vers lesquelles sont orientés les élèves en fonction de leur intérêts et de leurs aptitudes » (p.611). Selon les normes AFNOR[8], une filière est considérée comme une succession de degré à franchir pour obtenir un résultat. Dans le domaine de l'enseignement, ce résultat est une qualification. Dans le cadre de cette recherche, une filière désigne un cursus de formation comprenant un ensemble cohérent de modules pris dans un ou plusieurs champs disciplinaires et ayant pour objectif de faire acquérir à l'apprenant des connaissances, des aptitudes et des compétences spécifiques.

L'université de Ouagadougou est subdivisée en Unités de Formation et de Recherche (UFR) et en instituts. Elle est composée de sept unités de formation et de recherche (UFR), et d'un Institut : Langues, Arts et Communications (UFR/LAC) ; Sciences Humaines (UFR/SH) ; Sciences Juridiques et Politiques (UFR/SJP) ; Sciences Économiques et de Gestion (UFR/SEG) ; Sciences Exactes Appliquées (UFR/SEA) ; Sciences de la Santé (UFR/SS) ; Sciences de la Vie et de la Terre (UFR/SVT) et de l'Institut Burkinabè des arts et des métiers (IBAM).

---

[8] Agence Française de Normalisation

Avec l'entrée dans le système LMD (Licence-Master-Doctorat), les formations à l'université de Ouagadougou sont organisées en sept domaines qui sont[9] : Lettres, Langues et Art ; Sciences de l'Homme et de la Société ; Sciences Economiques et de Gestion ; Sciences Juridiques, Politiques et de l'Administration ; Sciences et Technologies ; Sciences de la Santé. Chaque domaine de formation comprend plusieurs parcours qui correspondent à peu de choses près aux filières de formation avant l'adoption du système LMD par l'université de Ouagadougou.

Dans le cadre de notre travail, les parcours du domaine sciences et technologies constituent ce que nous appelons filières scientifiques de l'université de Ouagadougou. Elles recouvrent les formations offertes par les Unités de Formation et de Recherche (UFR) en Sciences Exactes et Appliquées (SEA) et en Sciences de la Vie et de la Terre (SVT) qui sont nées, depuis la réforme universitaire intervenue en 2000, des cendres des anciennes facultés des sciences et techniques (FAST) avec en première année les filières MPI, MPC, MP, PC et de chimie, biologie, biochimie géologie (CBBG). Pour notre étude, nous nous focaliserons sur les deux premiers semestres[10], constituant la première année, du domaine de formation : Sciences et technologies.

2.1.2. Echec en mathématiques

Dans le dictionnaire de l'évaluation et de recherche en éducation, De Landsheere (Landsheere, 1992) donne à l'échec scolaire la définition suivante : « *Situation où un objectif éducatif n'a pas été atteint » p.91).* Cette situation peut se manifester à travers les difficultés individuelles à réussir aux tests et examens proposés après un apprentissage. D'autres définitions ont été proposées par d'autres auteurs au concept de l'échec scolaire. Foulquié définit l'échec scolaire comme le *«fait pour un écolier ou un étudiant, de n'avoir pas pu, faute de succès suffisants, parvenir au terme du cycle*

---

[9] http://www.univ-ouaga.bf/spip.php?article68 consulté le 13/07/2012 à 21 heures

[10] Avec l'entrée dans le système Licence-Master-Doctorat, l'enseignement a été semestrialisé et la première année est formé des deux premiers semestres de la Licence

d'étude entrepris » (Foulquié, 1971, p.143)[11]. Isambert-Jamati (Isambert-Jamati, 1985) décrit l'élève en échec comme celui qui n'a pas acquis dans le délai prévu, les nouvelles connaissances et les nouveaux savoir-faire que l'institution prévoyait qu'il acquière, conformément au programme. Mialaret (1979) définit l'échec selon un cadre de référence précis. En rapport avec le cursus scolaire complet, l'échec scolaire suppose l'impossibilité de son achèvement. Par rapport à une année scolaire, l'échec devient synonyme de redoublement. Par rapport aux attentes de l'élève et de sa famille et face à l'accès aux différents cycles, l'échec implique ici que l'orientation proposée ne coïncide pas avec les attentes de l'élève et de sa famille.

Il s'ensuit une pluralité de la perception de l'échec scolaire, mais institutionnellement les conséquences de l'échec scolaire sont une sanction : l'abandon des études, le redoublement de la classe.

Pour notre étude, l'échec en mathématiques pour un étudiant de première année se définit par une insuffisance de ses résultats dans les deux composantes des mathématiques enseignées en première année (l'algèbre et l'analyse). L'insuffisance est constatée à travers sa moyenne en évaluation de mathématique (Analyse et Algèbre). Lorsque celle-ci est strictement inférieure à 10 sur 20 (10/20), on dira que l'étudiant est en situation d'échec en mathématiques. L'échec massif en mathématiques correspondant à un taux d'échec sur l'ensemble des étudiants supérieur ou égal à 50%.

2.1.3. Préréquis

Les préréquis désignent l'ensemble des notions ou compétences dont la maîtrise suffisante par l'apprenant est nécessaire pour faciliter l'apprentissage d'une nouvelle notion ou l'acquisition de nouvelles compétences. La démarche hypothético-déductive des mathématiques utilisée spontanément par la majorité des mathématiciens contemporains (Arsac, cité par Charnay, 1998) recommande que l'on s'assure de la maîtrise des notions préalables avant d'entreprendre l'étude de nouvelles notions. Ces notions préalables sont ce que nous désignons par préréquis à la nouvelle notion. Les

---

[11] Paul Foulquié, Dictionnaire de la langue pédagogique, Paris, PUF, 1971

programmes de mathématiques du post-primaire et du secondaire sont construits en tenant compte de ces contraintes de postériorité entre notions. Les élèves en fin du cycle secondaire ont suivi des cours basés sur des programmes de mathématiques et exécutés par des enseignants. Ils sont supposés avoir acquis les notions mathématiques suffisantes pour affronter les mathématiques de la première année des filières scientifiques s'il y a une cohérence dans les programmes. C'est en cela que la notion de préréquis va être importante pour étudier la rupture ou non entre les programmes de mathématiques du secondaire et ceux de la première année des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou.

2.1.4. Méthodes pédagogiques

Une méthode pédagogique décrit le moyen pédagogique adopté par l'enseignant pour favoriser l'apprentissage et atteindre son objectif pédagogique. Plusieurs auteurs ont donné leur définition à l'expression méthode pédagogique. Pour Mialaret[12] une méthode pédagogique est « un ensemble plus ou moins bien structuré, plus ou moins cohérent d'intentions et de réalisations éducatives orientées vers un but explicitement énoncé ou implicitement admis. » (p.224).

DE KETELE (1986) voit en une méthode un ensemble structuré de principes qui orientent la relation formateur-participant, l'approche de la connaissance, le choix des techniques.

La méthode désigne pour nous, la manière dont les trois éléments de la situation d'enseignement/apprentissage à savoir l'enseignant, l'apprenant et le savoir sont organisés.

Chaque enseignant a sa façon d'organiser sa classe, sa gestion de la classe, ses attitudes, ses procédés pour l'introduction des notions, objets de l'apprentissage.

---

[12] MIALARET Gaston, Pédagogie générale, Paris, PUF, 1991, 598 pages.

2.1.5. Programme d'études

La définition varie selon les auteurs. Pour Nadeau (1988), un programme d'études est un ensemble organisé de buts, d'objectifs, de contenus séquentiels, de moyens didactiques, d'activités d'apprentissages et de procédés d'évaluation. Ils forment une liste de contenus à enseigner avec un découpage des durées de chaque enseignement. On parle de contenus et instructions officielles. Le programme est une liste du contenu des cours, de ce qui est enseigné, il ne s'occupe généralement pas de préciser le "comment", ni «pourquoi» telle matière doit y être incluse ou quels sont les rôles respectifs des enseignants et des étudiants. Le programme d'études diffère du curriculum.

Le curriculum, comme l'ont noté des auteurs, comme Kelly (Kelly, 1989) est un vaste domaine d'étude. Il ne traite pas seulement du contenu, mais aussi des méthodes d'enseignement et d'apprentissage. Il précise en outre les buts et objectifs qu'il envisage d'atteindre et les moyens qui permettront d'en mesurer l'efficacité. Le curriculum inclut la conception, l'organisation et la programmation des activités d'enseignement/apprentissage selon un parcours éducatif. Il regroupe l'énoncé des finalités, les contenus, les activités et les démarches d'apprentissage, ainsi que les modalités et moyens d'évaluation des acquis des élèves. Sa conception se fait l'écho d'un projet d'école reflétant un projet de société; elle donne lieu à des comportements et pratiques ancrés dans une réalité éducative donnée.

Dans notre recherche, nous désignons par programmes d'études une liste de contenus à enseigner et d'instructions officielles.

Les programmes de mathématiques en vigueur dans les classes du secondaire et ceux de la première année d'Université se complètent-ils ou s'ignorent-ils au point d'être à l'occasion de la transition des catalyseurs d'échecs au niveau des étudiants de première année ?

2.2. Les approches d'enseignement/apprentissage

Dans cette section, une définition des concepts d'enseignement et d'apprentissage selon des théoriciens de l'éducation, une description des principaux courants liés à l'enseignement/apprentissage, et notre position par rapport à ce concept sont exposées.

2.2.1. Enseignement et apprentissage

Les concepts d'enseignement et d'apprentissage ont été et sont toujours au centre des préoccupations des penseurs de l'éducation. Il convient de rappeler que dans le processus enseignement/apprentissage, les éléments en jeu sont le « savoir », « l'enseignant » et « l'élève ». Des rapports entretenus entre ces trois éléments du processus enseignement/apprentissage se dégagent différents courants pédagogiques. Toute situation pédagogique s'articule autour de ces trois éléments dont deux appelés "sujets" prédominent sur le troisième qui doit accepter la place de "mort".

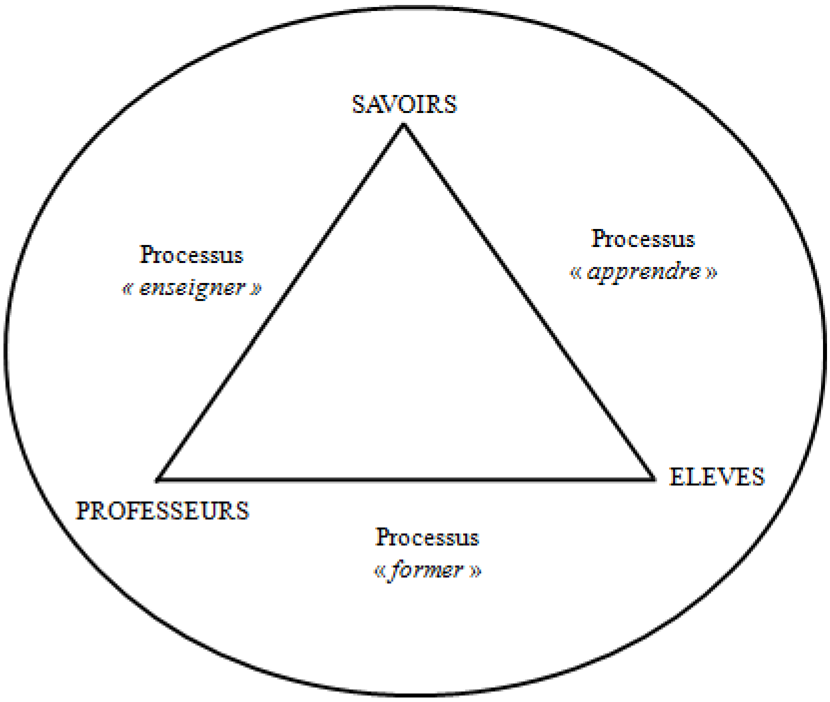


Figure 1 : Triangle pédagogique de Jean Houssaye (1992, p.41)

Quand l’axe enseignant-savoir est trop fort (exemple des cours magistraux), l’enseignement est centré sur la matière, l’apprenant est oublié, il s’installe dans la passivité ou chahute:

> […] il devient alors "fou" par rapport au règle de ce jeu pédagogique; c'est le chahut, l'indiscipline, l'inattention, le désintérêt… Ne trouvant pas son compte dans le dialogue professeur-savoir, le mort fait le fou soit par une présence trop massive (chahut), soit par une absence trop délibérée (désintérêt). (Houssaye, 1992,p.44)

Si l'axe professeur-savoirs est trop faible, les contenus risquent de manquer.

Quand l’axe apprenant-savoir est dominant, le rôle du professeur est celui de guide.

> le processus « apprendre » se définit par le fait que l’élève s’approprie directement le savoir, le professeur n’étant plus le médiateur privilégié, celui par lequel le savoir passe obligatoirement mais un organisateur de situations de formations[…]. L’élève et le savoir sont ici sujets qui se reconnaissent comme tels et l’enseignant tient la place de mort. (Houssaye, 1992)

Si le processus « apprendre est trop fort, le risque est l’exclusion de l’enseignant. Celui-ci jouera le rôle du « fou ».

L’axe enseignant-apprenant favorise la prise en compte de l’apprenant, de ses capacités d’attention, de son rythme de travail, des différences de niveau, etc. S’il est trop fort, il y a d’une part risque de dérive psychologique et d’autre part, risque d’écarter le savoir, le contenu. S’il est trop faible, les besoins de l’apprenant ne sont pas suffisamment pris en compte.

Quelles définitions donnons-nous aux concepts « enseignement » et « apprentissage » ?

Etymologiquement « apprendre » vient du latin « apprehendere » qui signifie « saisir », « s’emparer », « appréhender».

Pour Legendre (1993), apprendre c’est « intégrer, assimiler, incorporer des données nouvelles à une structure cognitive interne déjà existante […] Apprendre implique chez le sujet un changement durable au niveau des connaissances, des comportements et des attitudes » (p.66).

Enseigner » vient de « signare » qui signifie « placer un signe ». Ainsi enseigner c'est laisser une marque (celle du maître) sur un sujet (l'apprenant). Selon Legendre (Legendre, 1993) « enseigner c'est communiquer un ensemble organisé d'objectifs, de savoirs, d'habilités et, ou de moyens, et prendre les décisions qui favorisent au mieux l'apprentissage d'un sujet dans une situation pédagogique. « Enseigner » est du côté du maître. Une revue de la littérature sur les théories de l'apprentissage s'avère nécessaire pour éclairer notre position.

2.2.2. Les théories de l'apprentissage

Actuellement, une majorité de théoriciens en éducation s'accordent pour regrouper les modèles de l'enseignement et de l'apprentissage selon quatre courants principaux : le courant béhavioriste, le courant cognitiviste, le courant constructiviste et le courant socioconstructiviste. Chaque courant pédagogique a sa vision du processus enseignement/apprentissage, induisant du coup une approche pédagogique avec ses méthodes.

2.2.2.1. Le courant behavioriste

Le behaviorisme (ou comportementalisme en français) en tant que théorie de l'apprentissage s'intéresse à l'étude des comportements observables et mesurables et considère l'esprit (*mind*) comme une « boîte noire » (Good & Brophy, 1990) . Cette conception s'appuie sur l'hypothèse que l'on ne peut pas avoir accès aux structures mentales de l'individu, que seuls les comportements observables peuvent faire l'objet d'étude et qu'il est donc possible de modifier le comportement d'un individu à la suite de certains stimuli et d'un renforcement des réponses positives.

Ses fondements théoriques remontent jusqu'à Aristote et dérivent des travaux des philosophes empiristes britanniques et de la théorie darwinienne de l'évolution, qui mettent en relief la façon dont les individus s'adaptent à leur environnement. Toutefois, c'est le psychologue américain John Watson qui a introduit le terme behaviorisme au début du XXe siècle. Les travaux du russe Ivan Pavlov sur le conditionnement des animaux ont fortement influencé la théorie.

Watson (1913) a formulé la théorie psychologique du *stimulus-réponse* (ou conditionnement classique) en travaillant avec des animaux avant de s'intéresser au comportement humain. Il croit que les humains naissent avec des réflexes mais que tout autre comportement est le résultat des associations stimulus-réponse dues au conditionnement.

Le béhaviorisme considère l'apprentissage comme une modification durable du comportement résultant d'un entraînement particulier. De 1920 jusque dans les années 1960, le béhaviorisme a dominé la psychologie aux États-Unis, tout en exerçant une puissante influence partout dans le monde. Dans les années 1950, la masse d'informations cumulée grâce aux expériences en laboratoire a conduit à l'élaboration de nouvelles théories du comportement. Suite aux travaux de Skinner (1938, 1968) un programme de conditionnement plus élaboré que celui initialement développé par Watson a été mis en place.

Pour Skinner (1938), le phénomène du *conditionnement opérant* est le fondement des mécanismes d'acquisition. Selon le principe du conditionnement opérant, l'apprentissage consiste à établir une relation stable entre la réponse souhaitée et les stimuli présentés, à l'aide de renforcements positifs ou négatifs. Selon cet auteur, on dispose de quatre mécanismes qui permettent « d'agir » sur le comportement d'un individu. D'abord, on retrouve le renforcement positif (addition d'un stimulus appétitif) et le renforcement négatif (retrait d'un stimulus aversif) qui encouragent la reproduction d'un comportement désirable ou approprié. Puis, l'extinction (absence de renforcement positif ou négatif) et la punition (ajout d'un stimulus aversif) ont comme objectif de faire cesser un comportement non désirable ou inapproprié.

Il résulte de cette théorie une conception transmissive de l'enseignement-apprentissage. Elle s'appuie sur l'hypothèse que l'apprenant, au départ de l'apprentissage d'une nouvelle notion, a la tête vide : il ne sait rien par rapport à cette connaissance. Le rôle de l'élève est d'être attentif, d'écouter et de noter. « *Apprendre* » consisterait donc à écouter, à noter et à être attentif. Le rôle de l'enseignant est de présenter clairement le savoir puis de proposer des exercices d'entraînement et de réinvestissement aux élèves. La communication entre l'enseignant et l'élève se ferait alors selon le modèle de Shannon (Shannon & Weaver, 1949)[13]. Ce modèle de communication est unidirectionnel et linéaire et ne prend pas en considération, ni la relation entre les interlocuteurs ni le contexte. « *Enseigner* » consisterait alors à stimuler, créer et renforcer les comportements observables appropriés. Les erreurs sont évitées par l'enseignant et s'il y en a, c'est soit dû au manque d'attention de l'élève soit au manque de clarté de l'enseignant.

Comme limites de l'enseignement fondé sur cette conception, on peut retenir la difficulté pour les élèves de donner du sens aux connaissances enseignées et la mauvaise compréhension des tâches effectuées. Le franchissement des étapes par les élèves n'est pas accompagné d'une vision globale de leur travail. Il y a aussi le faible transfert par les élèves des nouvelles connaissances acquises ; le problème de l'intégration des différents micro-objectifs (l'élève atteint les sous-objectifs mais pas forcément l'objectif général). L'enseignement fondé sur cette conception se centre sur l'apprenant, rationalise les séquences d'enseignement et l'élaboration des évaluations. Il est un modèle efficace à court ou moyen terme pour l'acquisition d'automatismes mais ne favorise pas un apprentissage véritable. On peut aussi noter que l'écoute (l'attention) clé de succès dans cette conception est différente selon les enfants. L'enfant n'a pas la tête vide comme pensent les tenants de cette conception. Les enfants ont déjà dans leur mémoire quelques expériences sociales et scolaires et l'interprétation de ce qu'ils entendent s'en trouve modifiée.

Ce type d'enseignement semble être celui en vigueur à l'Université de Ouagadougou comme nous le verrons ultérieurement. Les cours sont donnés de façon magistrale. L'enseignant communique selon le modèle de Shannon (1938) et l'étudiant doit prendre des notes.

---

[13]Shannon, C. E. et Weaver, W. (1949).*A mathematical model of communication*. Urbana, IL : University of Illinois Press.

2.2.2.2. Le courant constructiviste

Contrairement à la conception de l'apprentissage dans la théorie behavioriste qui considèrent l'esprit comme un vaisseau vide à remplir, les constructivistes croient que chaque apprenant construit la réalité, ou du moins l'interprète, en se basant sur sa perception d'expériences passées. Selon eux, la connaissance ne consiste pas en un reflet de la réalité telle qu'elle se présente, mais en une construction de celle-ci.

Le courant constructiviste a été grandement influencé par deux auteurs : le psychologue suisse Jean Piaget et le psychologue américain Jérôme Bruner. Leurs travaux ont porté un éclairage nouveau sur notre façon de concevoir l'apprentissage et la connaissance. La théorie constructiviste de Bruner (Bruner, 1966) repose sur l'idée que l'individu construit individuellement du sens en apprenant. Plus tard il a aussi inclus l'aspect social à sa théorie (Bruner, 1966). Donc, apprendre, c'est construire du sens. La théorie constructiviste de Bruner se base sur deux principes :

- La connaissance est activement construite par l'apprenant et non passivement reçue de l'environnement.
- L'apprentissage est un processus d'adaptation qui s'appuie sur l'expérience qu'on a du monde et qui est en constante modification.

Ainsi, la construction des connaissances est un processus dynamique, où l'apprenant se sert de ses connaissances antérieures comme échafaudage sur lequel pourront prendre assise de nouvelles connaissances et se développeront de nouvelles représentations du monde (schémas mentaux). De plus, compte tenu des nouvelles expériences et du contact avec l'environnement, la structure de ces schémas mentaux se complexifie et se trouve en constante modification. En d'autres termes, ce qu'un individu va apprendre dépend de ce qu'il sait déjà; et plus un individu connaît, plus il peut apprendre.

Certains théoriciens affirment que les images mentales produites individuellement en situation d'apprentissage ne sont pas entièrement uniques. En effet, étant donné que nous partageons un langage et que nous structurons notre pensée principalement par le langage et par d'autres symboles communs, plusieurs s'entendent pour dire que les connaissances sont socialement construites. On peut également considérer que les connaissances sont construites socialement par le fait que les idées et les informations publiquement accessibles ont préalablement fait l'objet d'un débat entre les individus. Ainsi, un groupe d'individus qui partagent une histoire et une langue commune possèdent un répertoire de pratiques communes et un ensemble de connaissances similaires.

Piaget, connu comme un spécialiste de la psychologie de l'enfant puisque ses travaux portent sur le développement intellectuel des enfants, récuse ce titre. Il oppose à la psychologie de l'enfant (qui étudie l'enfant pour lui-même) la «psychologie génétique» qui cherche, dans l'étude de l'enfant, la solution de problèmes généraux, comme celui du mécanisme de l'intelligence, de la perception, etc. On peut retenir du constructivisme piagétien dans sa forme vulgarisée que :

- l'apprenant construit ses connaissances par son action propre,
- le développement intellectuel est un processus interne et autonome, peu sensible aux effets externes, en particulier ceux de l'enseignant,
- ce développement est universel et se réalise par étapes successives,
- lorsqu'un individu parvient à un niveau de fonctionnement logique il peut raisonner logiquement quel que soit le contenu de savoir,
- l'apprenant ne peut « assimiler » des connaissances nouvelles que s'il dispose des structures mentales qui le permettent.

La théorie constructiviste de Piaget, bien qu'ayant été adoptée par plusieurs programmes de niveau primaire, s'applique également au contexte de l'enseignement de l'ingénierie, particulièrement dans les cours de laboratoire où les étudiants sont appelés à développer de nouvelles compétences et à résoudre des problèmes pratiques. En effet, si on examine les processus de recherche et de développement utilisés par la plupart des ingénieurs, on y retrouve plusieurs aspects des travaux de Piaget. Dans cette approche, les étudiants ont l'occasion d'apprendre de façon constructiviste en faisant des liens entre de nouvelles idées et leur schéma existant. Les enseignants permettent aux étudiants de poser leurs propres questions et de chercher leurs propres réponses. De plus, on encourage les étudiants à explorer la richesse du monde tout en les mettant au défi d'en comprendre sa complexité. À l'opposé, les étudiants qui suivent un cours plus traditionnel (exposé magistral) reçoivent l'information qui leur sera nécessaire pour pouvoir aller au laboratoire.

2.2.2.3. Le courant cognitiviste

Legendre (Legendre, 1993) définit le cognitivisme comme « [...]un concept issu de la psychologie qui désigne à la fois, un courant de recherche théorique et expérimental, et un paradigme affirmant la légitimité du recours à la conscience pour établir une science du comportement ».

Le cognitivisme a pour objet d'étude la connaissance, la mémoire, la perception et le raisonnement. Il regroupe différents approches de l'enseignement-apprentissage. Le terme vient du latin « *cognitio*», qui signifie « connaissance ». Le cognitivisme s'intéresse à l'étude des phénomènes mentaux mis aux oubliettes par les behavioristes. Il s'oppose au béhaviorisme radical de Skinner (1938) et se préoccupe de l'accès aux processus cognitifs internes.

Une version des courants cognitivistes emprunte beaucoup à la représentation des opérations qui se déroulent dans un ordinateur et assimile l'esprit humain à un système de traitement de l'information. Parmi les auteurs les plus influents ayant développé la théorie du traitement de l'information on retrouve Ausubel (1968) et Gagné (1976). Pour les tenants de ce courant théorique, le cerveau est considéré, à l'instar de l'ordinateur, comme un système complexe de traitement de l'information, fonctionnant grâce à des structures de stockages, la mémoire, et à des opérations d'analyse logique comme la recherche en mémoire ou l'identification de catégories. Le rapprochement entre ces deux systèmes, le cerveau et l'ordinateur, sera particulièrement fécond et permettra d'apporter un changement radical dans notre compréhension de l'humain et des façons d'apprendre.

À ce sujet, Ausubel souligne le rôle central joué par les processus de structuration dans l'apprentissage et reprend l'idée de Bruner qu'il est essentiel de prendre en compte ce que l'apprenant connaît déjà. Par contre, contrairement à ce dernier, il refuse la conception constructiviste selon laquelle un apprentissage en profondeur ne peut être réalisé qu'en confrontant l'apprenant à des problèmes. Ainsi, Ausubel s'oppose à l'idée qu'un enseignement basé sur la communication d'informations par l'enseignant conduit nécessairement à des apprentissages de faible niveau. Il considère que cette forme d'enseignement peut être tout aussi efficace, en autant que l'on prenne soin d'intégrer les connaissances nouvelles à celles que l'étudiant maîtrise déjà, et ce, grâce au phénomène d'ancrage. Pour la réalisation de cet ancrage et la conduite de ce qu'il appelle un apprentissage significatif, Ausubel (1968) propose de recourir à divers éléments qui vont faciliter la structuration du matériel d'apprentissage. Parmi ces éléments, Ausubel insiste beaucoup sur le rôle des *«représentations structurantes»* (advanced organizers). Il s'agit de schémas ou de graphiques, présentés en début d'apprentissage, qui vont faciliter la mise en relation et de codage des éléments qui feront l'objet de l'apprentissage ainsi que le lien avec les éléments déjà maîtrisés disponibles dans la structure cognitive de l'individu. Pour Ausubel (1968), la démarche inductive et la méthode de la découverte, même si elles sont efficaces, ne peuvent être utilisées en permanence car elles font perdre trop de temps. Il suggère plutôt d'associer une découverte guidée et encadrée, s'appuyant sur la structure cognitive de l'apprenant. Il est repris par Meirieu (Meirieu, 1988) en ces termes :« Les facteurs les plus importants qui influencent l'apprentissage sont la quantité, la clarté et l'organisation des connaissances dont l'élève dispose déjà (p.129.»[14]. *C*'est à partir de ces éléments, autour d'eux, que va venir s'intégrer la nouveauté.

Aujourd'hui les principes proposés par Ausubel s'inscrivent dans les pratiques pédagogiques courantes d'une majorité d'enseignants. Par contre, à l'époque ces idées ont eu l'effet d'une sorte de révolution des manières d'étudier la pensée de l'homme. On assistait à un véritable saut épistémologique par rapport aux approches préconisées par les tenants du behaviorisme radical.

---

[14] Ausubel D.P.(1969) dans Ausubel D.P., Robinson, F.G., Eds, School learning. An introduction to educationnal psychology, HRW, New York, cité par Meirieu Ph. (1988), dans Apprendre… oui, mais comment? , ESF éditeur, p 129.

Une seconde version des courants cognitivistes prend appui sur l'étude des stratégies cognitives. Les théoriciens de la notion de stratégies cognitives considèrent l'apprenant comme un intervenant actif du processus d'apprentissage. Pour déployer cette activité, il mettra en œuvre ce qu'on a pris l'habitude d'appeler des stratégies cognitives d'apprentissage ou plus simplement des stratégies d'apprentissage.

La psychologie cognitive a également mis en évidence la notion de stratégie d'enseignement qui fait le pendant, du point de vue de l'enseignant, à la notion de stratégie d'apprentissage. Certains auteurs utilisent l'expression « stratégie d'enseignement/apprentissage » qui prend en compte simultanément les deux facettes du problème.

2.2.2.4. Le courant socioconstructiviste

Le socioconstructivisme développé par le groupe néo-piagétien a introduit le paramètre déterminant de l'aspect social, négligé par Piaget (l'influence du monde extérieur sur le développement des habiletés). Piaget a une position liant les connaissances aux actions menées par l'individu sur les objets. Elles ne sont ni transmises par quelqu'un d'autre, ni acquises par les sensations. La vision de Vigostky (1985) s'oppose à cette position clairement développementaliste/génétique des capacités d'apprentissage.

Contemporain de Piaget, Vygotsky (1985) a posé les premiers jalons de la théorie socioconstructiviste qui s'oppose à une vision individualiste de l'apprentissage, pour qui apprendre c'est élaborer soi-même ses connaissances en passant nécessairement par une phase d'interaction sociale avec autrui, et cela à tout âge. Vygotsky (1985) défend la thèse selon laquelle il ne peut y avoir de développement cognitif sans apprentissage.

Il place les interactions sociales au centre du développement de la cognition et apporte un puissant correctif social à la théorie piagétienne. Vygotsky (1985) prétend que les interactions sociales sont primordiales dans un apprentissage et le langage sert d'outil d'appropriation, tant du point de vue de l'attribution de sens par l'apprenant, que du point de vue du développement de fonctions cognitives en vue de l'acquisition visée par l'enseignant.

Le socioconstructivisme s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- L'acquisition de connaissances passe par une interaction entre le sujet et l'objet d'étude par le biais de la résolution de problèmes.

- La tête de l'élève n'est jamais vide de connaissances. Il s'est déjà construit ou se construit très rapidement des conceptions de toutes les notions qu'on lui enseigne. Les conceptions attribuées à un élève sont en réalité une modélisation qui aide à comprendre la démarche de l'élève et permet de prédire certaines réponses ou difficultés.

- L'apprentissage ne se fait pas par un empilement de connaissances ni de manière linéaire : tant que l'élève, par rapport à une notion donnée, ne prend pas conscience de l'insuffisance de ses conceptions, il les gardera. On passe d'un ancien équilibre à une phase de déséquilibre après avoir rencontré une situation-problème puis on atteint un nouvel équilibre. La phase de déséquilibre est la perception de l'insuffisance des connaissances mobilisées pour résoudre une tâche. Elle s'accompagne de périodes de « régression » où l'élève remet en cause ses savoirs et savoir-faire.

- L'élève n'arrivera à donner du sens à une connaissance que si elle apparaît comme un outil indispensable pour résoudre un problème qu'il se sera approprié.

- Les interactions sociales entre les élèves peuvent aider à l'apprentissage.

La mise en place de travaux de groupe, l'organisation de débats entre les élèves peuvent faciliter ces interactions. L'élève construit son savoir, cette construction pouvant être facilitée par la mise en place de conflit sociocognitif, d'où le nom de ce modèle : socioconstructiviste.

La stratégie consiste à créer un conflit cognitif interne en plaçant l'élève face à un problème. Ce conflit est provoqué par une contradiction entre une anticipation et un démenti. Les situations qui permettent la mise en place de tels conflits sont appelés situation-problème.

Nous pensons que ces conceptions de l'apprentissage offrent un cadre théorique pour investiguer les questions soulevées par notre recherche liées aux différences de méthodes pédagogiques. La comparaison des méthodes d'enseignement se fera donc à la lumière de la conception de l'apprentissage auxquelles elles se réfèrent.

2.3. Représentations, conceptions et croyances à l'égard des mathématiques et leur enseignement/apprentissage

Dans cette section, nous définissons les concepts suivants : la représentation, la conception et la croyance après une revue des écrits sur leur sens et leur place dans le processus enseignement/apprentissage.

2.3.1. Les concepts de conception, de croyance et de représentation

Une clarification des termes croyance et conception et une prise de position par rapports à ceux-ci sont l'objet de ce sous-paragraphe.

2.3.1.1. Conceptions, croyances et représentations

Les termes « conception », « représentation », « opinion », « croyance », « philosophie », … sont utilisés par beaucoup d'auteurs dans leurs écrits avec plus ou moins des assimilations et des distinctions. Nous référant au dictionnaire Larousse 2010, la conception est une représentation particulière de quelque chose : une opinion, une idée, une notion. Elle englobe dans ce cas les notions de représentation et de croyance. Le terme représentation présente une polysémie, allant de représentation graphique aux images mentales en passant par l'organisation des connaissances dans le système mental.

La représentation dans le sens psychosocial désigne la manière particulière d'un individu de voir, de comprendre, de se représenter une chose. Pour Moscovici (1961) :

> La représentation sociale est un corpus organisé de connaissances et une des activités psychiques grâce auxquelles les hommes rendent la réalité physique et sociale intelligible, s'insèrent dans un groupe ou un rapport quotidien d'échanges, libèrent les pouvoirs de leur imagination. (p.27-28)

Pour cet auteur, toutes les expressions affectives, les conduites, les réponses corporelles et verbales des individus sont des effets, non pas d'une excitation extérieure en tant que telle, mais de la représentation qu'ils ont; tout stimulus, toute fraction du milieu, toute impression sont socialement reconstruits. Moscovici met en relief le coté social des représentations.

Pour Abric (1987) « La représentation est le produit et le processus d'une activité mentale par laquelle un individu ou un groupe reconstitue le réel auquel il est confronté et lui attribue une signification » (p.64) . L'auteur ajoute que la représentation est un reflet non pas de l'objet lui-même, mais des relations complexes, réelles et imaginaires, objectives et symboliques, que le sujet entretient avec cet objet. La représentation est alors un système symbolique organisé et structuré avec pour fonction essentielle l'appréhension et le contrôle du monde par le sujet. Elle guide son comportement. Pour lui, le contenu d'une représentation sociale est constitué de trois types d'éléments : les opinions, les attitudes et les stéréotypes.

En synthétisant les définitions de nombreux auteurs, Bernard Gaffié (2005) définit une représentation sociale comme :

> Un ensemble de connaissances, croyances, schèmes d'appréhension et d'action à propos d'un objet socialement important. Elle constitue une forme particulière de connaissance de "sens commun" qui définit la réalité pour l'ensemble social qui l'a élaborée dans une visée d'action et de communication (p.7)

Quand au concept de « croyance », il a fait l'objet de plusieurs définitions. Rokeach (1970) définit la croyance comme une représentation de la réalité qui guide la pensée et le comportement. En d'autres termes, les croyances exercent une influence sur ce qu'on connaît, ce qu'on sent et ce qu'on fait.

La personne construit ses croyances à travers l'observation, la communication, la discussion, l'interaction avec les autres individus ou l'accumulation d'expérience d'enseignement. Les représentations de l'enseignant englobent et influencent le plan cognitif (par exemple, la perception, la conception et la connaissance) ; le plan affectif (par exemple, l'attitude) et le plan comportemental. Charlier (1989) indique l'influence multidimensionnelle des croyances chez les enseignants. Il cite l'importance accordée au contenu, la conception du développement émotionnel et social, l'autonomie de l'élève, l'organisation de la classe et la conception de l'apprentissage et de l'enseignement. Ces croyances affectent leurs décisions pendant la planification, la qualité de leurs interactions avec les élèves et leurs décisions sur le moment et la façon de réagir.

Dans le cadre de notre étude, nous retenons le concept de représentations comme les croyances, les points de vue et préférences des acteurs de l'éducation pour des choses relevant de leur domaine, en particulier des mathématiques et de leur enseignement.

2.3.1.2. Implications pour le processus enseignement/apprentissage

Les croyances du corps enseignant sur la nature des connaissances d'une discipline et sur leur enseignement ont un rapport direct avec la façon de comprendre et d'enseigner cette discipline. Elles constituent un facteur incontournable dans la compréhension des choix des enseignants dans le processus enseignement/apprentissage. Elles peuvent être de véritables obstacles au développement professionnel des enseignants et à l'amélioration des processus d'enseignement/apprentissage. On ne peut nier l'existence d'un lien entre les modes de pensée des professeurs et leurs manières d'organiser l'enseignement-apprentissage en classe (De Jong, 1998). Les conceptions qu'ont les professeurs sur la matière influencent leurs méthodes pédagogiques et jouent sur la réussite des élèves. Pour Shavelson et Stern (1981) :

> Tout d'abord, les enseignants sont des professionnels rationnels qui, comme d'autres professionnels tels que les physiciens, émettent des jugements et prennent des décisions dans un environnement complexe et indéterminé. […] les enseignants se comportent rationnellement en ce qui concerne les modèles simplifiés de la réalité qu'ils construisent. […] le comportement des enseignants est guidé par leurs pensées, jugements et décisions. (p.23)

Des études de cas menées auprès de trois enseignantes canadiennes (Gonzalez, 1984) ont révélé qu'un examen de la relation entre les conceptions et la pratique montre le rôle important joué par les croyances des enseignants, leurs vues et préférences à propos des mathématiques et de son enseignement dans leurs pratiques pédagogiques et leurs comportements en classe. Ce rôle quoique subtile et différent selon les enseignants, se manifeste par le biais de facteurs divers interagissant entre les conceptions et affectant les pratiques pédagogiques, les décisions des enseignants, donc le processus enseignement/apprentissage.

Du coté des apprenants, l'acquisition des connaissances se heurte parfois à leurs conceptions. Les notions nouvelles sont filtrées, interprétées et mises en compétition avec des notions préalables. L'apprenant n'est pas « vierge » et n'est pas un récepteur passif des informations fournies par l'enseignant. L'adaptation des connaissances, leur filtrage conduit l'étudiant, mais aussi l'enseignant, à utiliser des conceptions qui se révéleront inadaptées, approximatives ou même fausses dans les situations rencontrées par la suite, notamment à l'occasion de transitions scolaires. Ces conceptions premières ne sont pas des erreurs ou des fautes de compréhension de la part de l'étudiant, mais le résultat inhérent et inévitable d'un enseignement adapté. La reconnaissance de ce fait change complètement la problématique de l'organisation des apprentissages à long terme ainsi que celle de la reprise des connaissances anciennes dans un processus d'enseignement. Les transitions scolaires étant l'occasion de « confrontation » entre connaissances acquises et connaissances à acquérir, l'intervention des conceptions se trouve accrue.

Gallager (1993) analyse les conceptions sur l'enseignement suivant deux axes : le degré de proximité avec le savoir savant et les objectifs d'apprentissage.

Par le degré de proximité avec le savoir savant, on distingue l'enseignement en tant que transmission d'information, l'enseignement en tant que contenu organisé et l'enseignement en tant qu'ensemble d'activités de manipulations. Dans le premier cas l'enseignant suit la logique scientifique et transmet juste le savoir qu'il connait. Dans le second cas, l'enseignant organise une adaptation de contenus et dans le dernier cas il choisit une structuration signifiante pour les élèves à travers des activités permettant aux élèves de trouver le signifié des concepts.

Suivant les objectifs d'apprentissage, l'enseignement peut être vu en tant que cycle d'apprentissage, changement conceptuel ou réorganisation cognitive. Dans le premier cas l'apprentissage est perçu comme l'acquisition de connaissances transmises ou découvertes, l'exploration, l'invention d'explications et l'application à d'autres situations. Dans le second cas, l'apprentissage se fait à travers l'identification des idées des apprenants et l'aide apportée par l'enseignant pour produire le changement souhaité. Dans le dernier cas l'apprentissage se produit par construction et ce par l'utilisation de stratégies pour aider les élèves à donner du sens aux idées et à construire des liens entre elles.

Il existe un fossé entre la perception des mathématiques des enseignants ou de l'institution, et celle des élèves ou des étudiants. Les enseignants ont en général une vision positiviste de la science, ce qui conduit à une vision cumulative et objective des connaissances scientifiques et à une vision inductiviste de la méthode scientifique. Pope (cité par Porlan-Ariza *et al.*, 1998, p.211) dit à ce propos :

> La conception positiviste et empirico-inductiviste des sciences est en conformité avec une version absolutiste de la vérité des connaissances. C'est ainsi que les professeurs qui soutiennent cette conception de la science, du contenu du cursus et de la façon de l'enseigner, mettront peu ou pas du tout l'accent sur les conceptions de leurs étudiants et sur leur participation active.

Pour les enseignants, les mathématiques sont "un savoir libérateur" tandis que les élèves le considèrent comme figé, voire autoritaire. Cette dichotomie constatée entre la représentation que l'apprenant et l'enseignant se font des mathématiques est encore plus perceptible lorsque l'enseignement est centré sur les technicités opératoires, notamment en algèbre, où la coupure entre calcul et signification est constamment réaffirmée.

La gestion par l'enseignant des interactions entre le savoir et lui-même ou encore entre le savoir et l'apprenant constitue une des principales variables du système didactique. C'est, entre autres, l'enseignant qui, de façon plus ou moins consciente, contrôle les choix didactiques, c'est-à-dire tous les choix liés à sa tâche d'enseignement (Bouvier, 1986). Tout au long de sa pratique, il prend des décisions instantanément et sur-le-champ. Or, parmi les facteurs qui influencent ses choix, il y a son point de vue sur la connaissance à enseigner (que sont les mathématiques? qu'est-ce que faire des mathématiques?), son point de vue sur les objectifs généraux de l'enseignement et sur ceux qui sont spécifiques aux mathématiques, son point de vue sur les élèves, leurs compétences et leurs conceptions, sa représentation du processus d'apprentissage, l'image qu'il se fait des demandes de l'institution (explicites, implicites ou supposées), de la demande sociale et, en particulier, de celle des parents. L'ensemble de ces points de vue constitue ce que nous appelons les conceptions de l'enseignant. Thompson (1992) constate que l'organisation du comportement des enseignants est influencée par les conceptions, les visions et les préférences conscientes ou non des enseignants au sujet des mathématiques et de leur enseignement. Leurs conceptions concernant les élèves, l'enseignement en général, et la composition sociale et émotionnelle de la classe entrent également en jeu.

Cependant l'enseignement des mathématiques peut-il faire l'économie de la polysémie issue de la richesse du langage et des contextes ? La signification trouve son unicité dans la spécificité du contexte social où elle est construite. L'enseignement des mathématiques ne peut donc se passer de cette diversité des significations lorsque se rencontrent l'élève, le professeur, et au-delà les institutions qui sont derrière eux. La famille pour l'un, l'école et l'université pour l'autre, avec la représentation du statut social des mathématiques qu'elles véhiculent influencent sûrement l'enseignement/apprentissage des mathématiques.

2.3.2. Une croyance à l'universalité des mathématiques

Il n'est pas rare d'entendre la phrase « c'est une vérité mathématique » sortir au cours d'un débat par un intervenant pour affirmer le caractère véridique de ce qu'il propose. Cette tendance vulgarisée est rattachée à une certaine vision des mathématiques comme un ensemble de vérités infaillibles et universelles. Au-delà du commun des hommes, nombre de chercheurs souscrivent ou défendent cette vision (Conne cité par Charnay, 1995 ; Ernest cité par Traoré (2007;p.34)) .

Les méthodes logico-déductives, les axiomes et les définitions, les règles d'inférences logiques admises sont les bases de cette position à l'égard des mathématiques, défendue par plusieurs courants de pensée. De ces courants nous pouvons citer le logicisme, le formalisme et le platonisme.

Le logicisme[15] considère la logique comme le fondement des mathématiques et les vérités mathématiques proviendraient des règles d'inférence logique et des axiomes. Cette position trouve sa faiblesse dans l'insuffisance de la logique pour valider les règles d'inférence logique et certaines vérités de départ que sont les axiomes.

Le formalisme considère les connaissances mathématiques comme des assemblages de symboles et des règles permettant de trouver des formules à partir d'autres formules. Cette vision soutenue par Hilbert (1925), Von Neumann (1931) et Curry (1951) cités par Traoré (2007;p.35) serait aussi confrontée à l'existence d'une certaine métamathématique dont les principes restent à valider.

La vision platonicienne des mathématiques considère les connaissances mathématiques comme des objets idéaux existant en dehors de toute culture que les hommes ne font que découvrir (Traoré, 2007;p.35). Cette vision des mathématiques exempte de toute construction humaine, partagée par beaucoup de mathématiciens, les rendrait donc neutres et universelles.

La vision dite absolutiste des mathématiques, qui trouve les vérités mathématiques absolues, infaillibles, universelles et neutres, est contestée par certains chercheurs. En effet le fait que les règles d'inférence logique, pierre angulaire de cette vision ne soient pas elles mêmes démontrées, constitue un point de faiblesse majeure pour cette posture.

Cette vision n'accorde pas une place au contexte dans la compréhension et le développement des mathématiques. Traoré (2009) montre que cette conception des mathématiques pourrait être à la source de certaines difficultés des élèves. Il y a des conflits possibles entre les mathématiques scolaires et certaines pratiques mathématiques de la vie quotidienne sources d'échec en mathématique chez les apprenants (Traoré, 2009). Une autre vision des mathématiques, intégrant les pratiques sociales pourrait atténuer ces difficultés d'apprentissage.

---

[15] Défendue par Frege (1893), Russel (1919), etc. cités par Traoré (2007)

2.3.3. Une vision des mathématiques comme pratiques sociales

Plusieurs travaux montrent que le contexte est d'une importance capitale et jouent sur la manière dont les savoirs, en particulier les savoirs mathématiques, sont perçus et appris.

De nombreux travaux dont ceux de Traoré (2007), de D'Ambrosio (1987) , de Lave et Wenger (1991) , de Gerdes (1997) soutiennent cette vision des mathématiques. Ils rompent avec la vision universelle et neutre des mathématiques et s'inscrivent dans une autre, celle des mathématiques comme pratiques sociales.

Les "ressources" mathématiques sont liées aux pratiques incarnées par un système culturel. L'hypothèse faite sur le transfert des mathématiques issues de l'école vers les pratiques est infirmée par les travaux de Lave (1988, 1996) et de Traoré (2007). Ces auteurs définissent les mathématiques comme des pratiques sociales. Les pratiques mathématiques dans la vie quotidienne ont un caractère situé et contextuel. La pratique renvoie à une action dans un contexte historique et social qui la structure et lui donne un sens (Lave, 1988) . Pour Lave (1988) le contexte ne doit pas être considéré comme externe à l'individu, ce qui sera pour lui une conception réductrice du concept, car celui-ci englobe à la fois la structure située et les situations. Selon le même auteur, le contexte comprend à la fois la culture (système de sens, de valeurs, organisation sociale et économique…) et le monde expérientiel des acteurs (personne agissant en situation). Le même auteur parle de ressources structurantes, qui sont des ressources qu'un individu mobilise dans l'action et qui balisent les activités dans plusieurs situations. L'école n'est pas le seul lieu d'acquisition de connaissances mathématiques. Lave et Wenger (1991) trouvent en une "communauté" de pratiques un rôle important et déterminant dans l'apprentissage. L'appartenance à une communauté de pratique exige un engagement mutuel, une entreprise commune et un répertoire partagé de ressources. L'adhésion à une communauté de pratiques se fait progressivement. Pour les mêmes auteurs, l'adhésion à un groupe de pratiques part d'une participation périphérique légitime qui est appelée à être par la suite une participation centrale. Cette notion de participation périphérique légitime aide à la compréhension des apprentissages en contexte (Kanté, 1993 cité par Traoré (2007). Dans cette vision les mathématiques sont une pratique sociale à l'intérieur d'une communauté, où les membres s'engagent mutuellement, partagent un certain répertoire de ressources. L'apprentissage se fait progressivement d'une participation périphérique à une participation centrale.

Pour cette vision des mathématiques, les savoirs mathématiques ne doivent pas être pas perçus comme des savoirs décontextualisés. La prise en compte des savoirs mathématiques construits en contextes dans le processus enseignement/apprentissage pourrait résoudre certaines difficultés d'apprentissage. Nous nous appuierons sur cette vision pour l'analyse des représentations, croyances et conceptions des enseignants et des apprenants à l'égard des mathématiques.

La transition entre cycles est une notion clé de notre recherche. Dans la section suivante, nous présentons les cycles d'enseignement secondaire et supérieur au Burkina Faso et quelques théories sur les transitions scolaires.

2.4. La transition secondaire-supérieur

Le système éducatif du Burkina Faso[16] dans son volet formel, compte quatre ordres d'enseignement hiérarchisés: l'enseignement de base, l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur, la formation technique et professionnelle. Le passage d'un ordre d'enseignement à l'autre est institutionnellement organisé. Le passage de l'enseignement secondaire à l'enseignement supérieur faisant l'objet de notre étude, nous définissons dans le paragraphe suivant ces ordres d'enseignement avant de donner un modèle théorique pour l'analyse du concept de transition.

2.4.1. Les enseignements secondaire et supérieur au Burkina Faso

La loi d'orientation de l'éducation (Assemblée, 2007)[17] définit l'enseignement secondaire, l'ordre d'enseignement formel dont la durée normale varie de deux ans à trois ans. Il comporte un cycle unique et vise à assurer aux sortants de l'enseignement de base un enseignement général, technique ou professionnel. Il se subdivise en

---

[16]Reforme du système éducatif burkinabè de 2007

[17] la loi N°013-2007/AN7 portant le nom loi d'orientation de l'éducation

enseignement secondaire général et en enseignement secondaire technique et professionnel. Nous nous focaliserons sur l'enseignement secondaire général qui se subdivise en filières scientifiques et littéraires de formation. La filière scientifique comprend deux séries : la série C et la série D. La série D porte la mention sciences expérimentales et est une série réputée « généraliste ». La série C à mention Mathématiques et sciences physiques est à forte connotation scientifique (9 heures de Mathématiques ; 7 heures de Physique et chimie par semaine). Ces deux séries qui ouvrent les portes de la première année de la filière Sciences et Technologies feront l'objet d'une attention particulière le long de notre recherche.

La même loi d'orientation définit l'enseignement supérieur comme :

> L'ordre d'enseignement formel postsecondaire, dispensé dans une institution universitaire ou assimilée et permettant aux étudiants d'acquérir des connaissances de niveau supérieur. Il vise essentiellement à assurer un enseignement de haut niveau, à développer la recherche scientifique et technique, à diffuser la culture et l'information scientifique et technique. Il comporte un à trois cycles sanctionnés chacun par un diplôme, un grade ou un certificat, sauf cas particulier ». (Assemblée, 2007, p.4)

A ce titre, il accueille les titulaires de diplômes ou titres de capacité de fin d'études de l'enseignement secondaire. L'efficacité du système éducatif passe en partie par une liaison harmonieuse entre les deux ordres d'enseignement. C'est un objectif visé par la dernière réforme du système éducatif[18] et confirme l'intérêt de notre travail qui vise à comprendre les facteurs d'échec en première année dans les filières du domaine de formation sciences et technologies liés à la transition entre les deux ordres d'enseignement.

2.4.2. Le concept de transition

Le Dictionnaire Macquarie (1981) définit une transition comme le passage d'une position, d'un état, d'un stade, etc., à l'autre. En tant que telles, les transitions sont des périodes de continuité et de changement. Certaines choses restent les mêmes, mais d'autres sont appelées à changer. Pour Boutinet (2009), la transition peut être vue

---

[18]Rapport de la commission interministérielle de réflexion sur la reforme du système éducatif(2007)

comme une « organisation temporelle que se donne une personne, comportant une origine et une fin plus ou moins floues » (p.2). La transition est aussi « *une réalité psychologique subjective* » et engage à la fois inscription dans le temps, changement d'espace et processus de transformation, laissant une part importante au contexte (Elder, 1994).

Nous concevons la transition comme le passage brusque ou graduel d'un état vers un autre, l'état comprenant à la fois l'organisation interne et externe propre à l'individu.

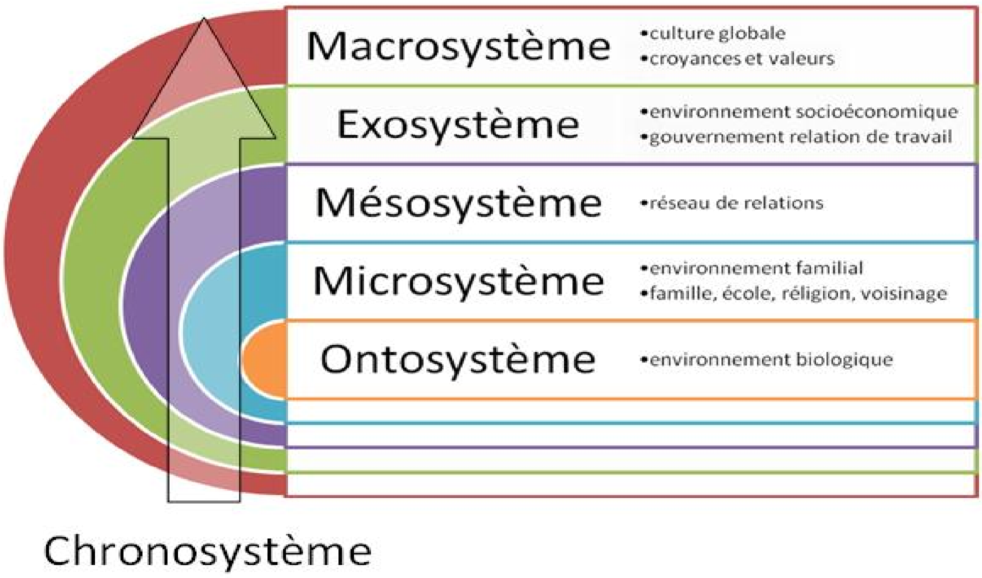
La revue de la littérature montre l'existence de nombreux écrits sur la notion de transition et les transitions scolaires en particulier. La transition de la famille à l'école, la transition entre cycles à l'intérieur du système scolaire, la transition de l'école à la vie professionnelle, etc. ont fait l'objet de nombreux travaux. Des modèles théoriques ont été proposés pour étudier les transitions scolaires.

Les transitions peuvent être vues sous l'angle d'un rite de passage. La théorie du rite de passage est utilisée essentiellement pour des études ethnographiques. Son application dans le domaine de l'école fût l'œuvre des anglo-saxons comme Wolcott (, 1975) et Woods (1990). En France, Berthier 1996) a publié une *Ethnographie de l'Ecole*

Un autre modèle d'analyse des transitions dont nous faisons la synthèse est le modèle écologique inspiré des travaux de Bronfenbrenner (Bronfenbrenner, 1996). Le modèle écologique du développement humain, proposé par le psychologue Uri Bronfenbrenner est centré sur l'individu. Il se fonde sur le fait que l'être humain se développe tout au long de la vie à travers des interactions toujours plus complexes entre l'individu et son environnement, aussi bien que sur la nature changeante du milieu et le processus d'adaptation de l'individu. Ces interactions prennent place de manière régulière et sur une période de temps étendue.

L'environnement est conçu comme un ensemble concentrique à 5 niveaux centré sur l'individu en développement.

Figure 2 : Représentation du modèle écologique de Bronfenbrenner



<u>Source</u>: *thèse Olivier Cosnefroy(2010, p.73)*

✓ ***L'ontosystème*** est l'ensemble des caractéristiques, des états, des compétences, des habiletés ou vulnérabilités [d'un enfant]. Il fait référence aux interrelations entre les différentes composantes (physiques, biologiques, cognitives, socio-affectives) de la personnalité [d'un enfant]. Sa personnalité, ses perceptions, ses comportements et ses habilités forment la majeure partie de l'ontosystème.

✓ ***Le microsystème*** concerne les schémas d'activités, de rôles, de relations interpersonnelles qu'un enfant[19] développe dans son environnement immédiat. Celui-ci encourage, favorise ou inhibe ces interactions de plus en plus complexes. Il constitue le contexte social et physique immédiat de l'enfant. Les interactions sont directes et font référence aux lieux physiques, mais également aux personnes et objets (famille, amis, pairs, école, etc.), aux activités et rôle qui s'y déroulent. La famille est le système qui exerce le plus d'influence sur le développement de l'enfant (Bouchard, 1988). Selon le même auteur la maison est l'endroit où les rapports entre l'enfant et le parent prennent

---

[19] Nous utilisons le terme « enfant » de préférence, mais il pourrait être remplacé par élève, apprenant ou étudiant suivant le contexte

le plus d'ampleur. Ainsi, les interactions établies entre l'enfant et le parent vont assurer la qualité de la relation. Les ressources matérielles dont dispose la famille sont également un autre facteur exerçant une influence sur le microsystème familial. Cela signifie que la pauvreté au plan de ressources physiques (faible revenu, insuffisance de moyens matériels), la pauvreté au plan des ressources sociales (isolement social de la famille, (Caouette, 1992.) ségrégation de toute nature) sont des éléments pouvant nuire au développement de l'enfant tant au niveau physique, socio-affectif que cognitif (Bouchard, 1991; Caouette, 1992). Les microsystèmes pour analyser une transition dépendent étroitement de la problématique traitée.

- ✓ ***Le mésosystème*** rassemble les interactions entre plusieurs "lieux" fréquentés par l'enfant en développement, sans que celui-ci ne soit directement impliqué dans l'interaction. Il s'agit des relations interpersonnelles qui se chevauchent entre les différents microsystèmes, exerçant une influence directe sur l'enfant qui évolue à travers les relations et les interrelations qu'il établit dans différents contextes. C'est un réseau de microsystèmes fréquentés par l'enfant. Il peut y avoir des relations qui peuvent nuire ou favoriser le développement de l'enfant. L'accent est mis sur l'importance de la qualité des relations établies entre les microsystèmes (conflictuels, réciproques, antagonistes…).

- ✓ ***L'exosystème*** englobe l'ensemble des environnements avec lesquels l'enfant n'a pas d'interactions directes, mais qui exercent une influence au niveau du microsystème et du mésosystème. On peut citer les ministères, les institutions, les différentes commissions (par exemple les commissions des programmes), les organismes, etc. Il s'agit de la structure de la communauté où réside l'individu. L'exosystème fait référence aux lieux physiques, aux personnes, aux activités et rôles qui s'y déroulent et généralement, aux décisions qui s'y prennent, qui affectent le développement de l'enfant. Les décisions prises par les instances sociopolitiques exercent considérément une influence sur la qualité des relations dans les microsystèmes et les mésosystèmes. Par exemple il y a les liens école-lieu de travail des parents, les conditions de travail des parents, les perspectives de carrières des enseignants, les institutions d'appui aux apprenants, etc.

✓ ***Le macrosystème*** regroupe l'ensemble de valeurs, croyances, lois, idéologies et politiques qui représentent le sens des relations sociales d'une communauté. Il est présent dans tous les autres systèmes; c'est la toile de fond représentée par les valeurs et idéologies d'une société et qui exerce une influence sur tous les autres niveaux systémiques. Ces valeurs sont portées par les divers agents d'éducation, de socialisation de l'enfant. Elles constituent en quelque sorte le cadre de référence culturel ou sous-culturel qui dicte les règles de conduite des individus, les relations entre les personnes, les attitudes, les droits et les devoirs des parents à l'égard des enfants, les pratiques parentales, etc.

✓ ***Le chronosystème***

Il comprend le système du temps et la succession des événements vécus par l'enfant dans le temps : la naissance de l'enfant, l'entrée à l'école, le passage d'un niveau d'étude à l'autre ou d'un cycle à l'autre, la séparation d'avec le milieu familial ; l'entrée dans le monde du travail. Il s'agit de comprendre le cycle de la vie qui permet de prendre en considération l'histoire, le développement et l'influence réciproque des environnements.

Des chercheurs se sont appuyés sur cette théorie du modèle écologique pour tenter de conceptualiser les transitions scolaires. Rimm-Kaufman&Pianta (Rimm-Kaufman *et al.*, 2000) propose un modèle écologique et dynamique de la transition (*Ecological and dynamic model of transition*) qui peut être basé sur l'enfant[20] , sur les effets directs[21] ou sur les effets indirects[22].

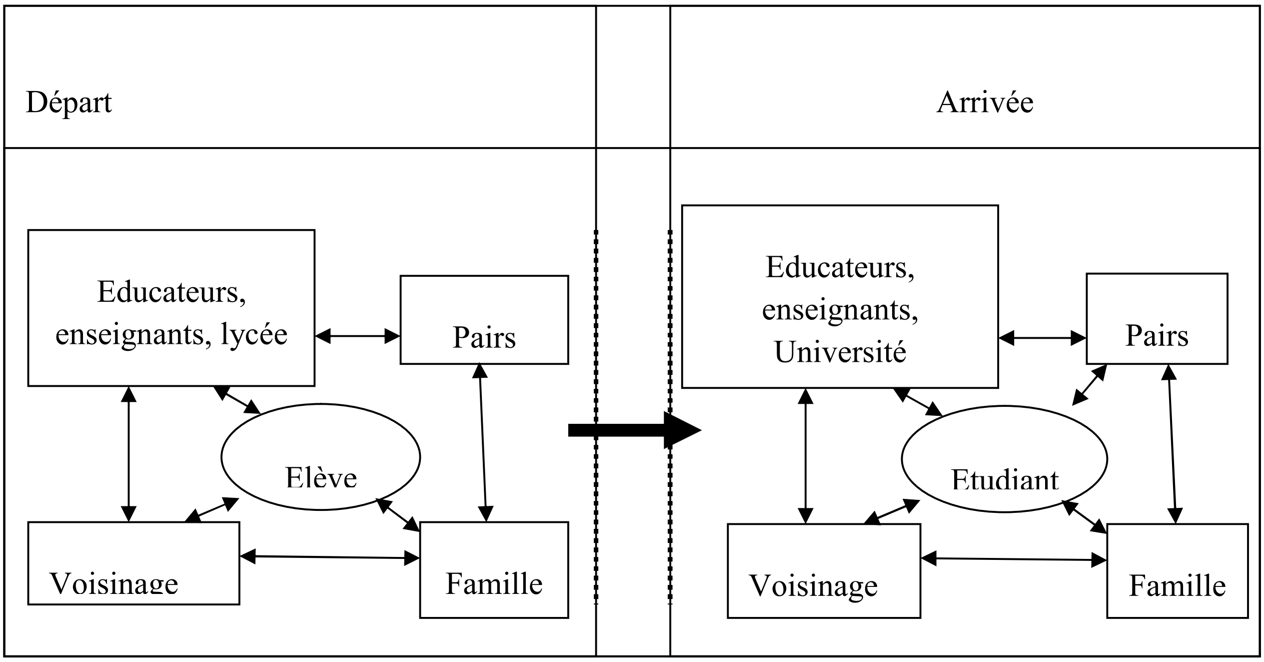
---

[20]Statut socioéconomique, habilités cognitives et comportementales, QI, sexe, etc.

[21] Interactions entre l'enfant et la famille, les éducateurs ou enseignants, l'école, les pairs, le voisinage

[22]Interactions bidirectionnelles entres les éléments de l'environnement de l'enfant que sont la famille, l'école, les éducateurs ou enseignants, les pairs, le voisinage

Figure 3 : Modèle écologique et dynamique de la transition adaptée de Rimm-Kaufman et Pianta (2000)



Le point central de cette approche est l'évolution entre les contextes. Le développement et le changement des interactions affectent directement ou indirectement l'adaptation de l'élève/étudiant.

Les modèles écologiques fournissent un cadre pour analyser les transitions scolaires, et ont été appliqués de façon régulière à la transition à l'école primaire (Dockett, 2004; Dunlop, 2002.). Rimm-Kaufman&Pianta (2000) ont utilisé leur modèle écologique et dynamique de la transition pour décrire la façon dont l'enfant, les facteurs de la maison, l'école, les pairs, et le quartier créent un réseau dynamique de relations qui influent sur la transition des enfants à l'école à la fois directement et indirectement. Le même cadre peut être appliqué à d'autres transitions scolaires, où les relations et les liens entre (et à travers) différents contextes (ou écologies) peuvent influencer le passage des élèves entre différents environnements éducatifs. Nous userons de cette approche essentiellement nord-américaine pour rechercher les causes de la difficile transition entre cycles aux Burkina Faso, et ce du primaire au supérieur.

Les systèmes d'éducation sont structurés par ordres d'enseignement et par cycles de même qu'en filières et en programmes de formation. Les modalités de passage d'un ordre d'enseignement à l'autre sont fixées par chaque système éducatif. Le système éducatif burkinabè compte quatre ordres d'enseignement : le préscolaire, l'enseignement de base, le secondaire et le supérieur. En attendant de revenir sur la transition entre les deux derniers ordres d'enseignement, que revêt le terme transition ? Quels sont les modèles de transition en cours dans les systèmes éducatifs ?

Les transitions constituent des étapes clés dans la vie des élèves[23] et des étudiants. Elles provoquent des changements plus ou moins profonds pour la suite de leurs études..

Selon Goodman, Schlossberg et Anderson :

> La transition renvoie à un événement déclencheur ou à un événement souhaité, mais non advenu, pouvant affecter positivement ou négativement le cours de l'existence et qui conduit à l'adoption de nouveaux comportements, au changement de rôle, à la redéfinition des relations sociales ou à la modification des conduites de la vie quotidienne » (Doray et al., 2009, p.17)[24].

Goodman, Schlossberg et Anderson (Goodman *et al.*, 2006) dans leur modèle de transition, insistent sur les « les ruptures, les discontinuités et les événements inattendus» au cours de l'âge adulte. La transition renvoie à un changement d'état dans une sphère de la vie ou à une bifurcation dans le parcours emprunté (Grossetti, 2004) qui se produit au temps « *t* » avant le retour à un certain équilibre.

La transition, selon Goodman, Schlossberg et Anderson est un phénomène pluriel dont la configuration repose sur l'agencement possible de quatre sous-ensembles de variables à savoir : la situation, le Soi, les soutiens et les stratégies.

---

[23]Le terme élève est utilisé pour les apprenants du secondaire et étudiants pour les apprenants du supérieur

[24]Doray, Pierre et al. (2009). Les parcours éducatifs et scolaires : quelques balises conceptuelles. Montréal : Fondation canadienne des bourses d'études du millénaire

La situation regroupe l'événement déclencheur (par exemple l'obtention du BAC) , le moment auquel il survient, le niveau de contrôle exercé par l'individu face à cet évènement, les rôles sociaux à modifier, la durée de la transition avant le retour à un certain équilibre, les expériences préalables de transition auxquelles l'individu peut se référer, les autres sources de stress et la perception de sa responsabilité propre.

S'inspirant des travaux de Goodman, Schlossberg et Anderson et Duru-Bellat , Pierre Doray, France Picard, Claude Trottier et Amélie Groleau (2009) élaborent un modèle théorique de transition propre aux parcours scolaires-éducatifs combinant six sous-ensembles de variables : la situation, le Soi, les soutiens, les stratégies, les contraintes et les mécanismes compensatoires.

Tableau 2: Modèle d'analyse des transitions scolaires

<table>
<tr><th>Dimension</th><th>Variables</th><th>Evènements constitutifs</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Individu</td><td>Situation
de transition</td><td>Événement déclencheur : inscription à l’université
Moment auquel l’événement déclencheur survient
Maîtrise exercée par l’individu face à cet événement
Rôles sociaux à modifier
Durée de la transition
Expériences préalables de transition
Autres sources de stress
Perception de sa responsabilité propre</td></tr>
<tr><td>Soi</td><td>Caractéristiques personnelles et sociales propres à l’individu: milieu socioéconomique, bagage culturel et technologique, travail rémunéré, importance accordée aux études</td></tr>
<tr><td>Soutiens</td><td>Ressources et personnes clés disponibles dans l’environnement: famille, pairs, professionnels</td></tr>
<tr><td>Stratégies</td><td>Comportements, attitudes et décisions prises par l’individu pour s’adapter à l’événement: recourir à des mesures de soutien, adopter des méthodes de travail, des habitudes d’étude, gérer son temps</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Structure</td><td>Contraintes</td><td>Du système éducatif : par exemple les conditions de sanction et les conditions d’admission</td></tr>
<tr><td>Mécanismes compensatoires</td><td>Diversification des parcours de formation, offre d’activités de mise à niveau, nouvelles dispositions d’admission, session d’accueil et d’intégration ou session de transition</td></tr>
</table>

En ce qui nous concerne, pour analyser la transition secondaire/supérieur, nous allons nous inspirer de ce modèle.

Nous décomposons la transition en deux moments complémentaires : la sortie du secondaire et l'entrée au supérieur. À la sortie du secondaire, l'élève apporte avec lui son bagage accumulé de savoirs, d'attitudes et d'habitudes de travail, bagage empreint du contexte culturel du secondaire. À son entrée au supérieur, l'élève devenu étudiant doit utiliser ce capital accumulé au secondaire pour s'intégrer au nouveau milieu avec sa culture et ses exigences propres. Cette transition entre l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur en ce qui concerne les mathématiques est considérée comme une transition entre cultures, chaque ordre d'enseignement ayant sa propre culture mathématique (Artigue, 2004). Elle est une épreuve qui peut confirmer ou remettre en cause les représentations et les ambitions. Elle implique un changement d'environnement, de modes d'étude, d'objectifs et de préoccupations. Cependant une autre caractéristique commune nous semble essentielle dans le cadre de notre étude: la confrontation de différentes organisations de connaissances mathématiques, celle du secondaire et celle de l'université.

La réussite de la transition se joue ou peut se jouer, sur les différentes composantes de l'expérience scolaire : le rapport aux savoirs et aux cours, le rapport à l'institution, aux professeurs et à la tâche, le rapport pédagogique ainsi que le rapport aux pairs. Mais peut-il y avoir intégration des organisations mathématiques ou au contraire cohabitation basée sur la concurrence? Faut-il « oublier » les mathématiques scolaires avant d'entrer à l'université ?

Les écarts de cette intégration liés aux programmes, aux représentations et aux méthodes d'enseignement et d'évaluation constituent la pierre angulaire de notre étude.

Un aperçu de ce que sont les mathématiques dans chaque ordre d'enseignement pourrait planter le décor sur les difficultés qui se dressent aux étudiants dans le processus de transition secondaire/supérieur.

2.5. Le formalisme et la démonstration en mathématiques

Dans cette partie, nous exposons quelques repères théoriques pour l'analyse des obstacles liées à l'accroissement des attentes sur le formalisme et la démonstration.

2.5.1. Le formalisme

Le formalisme en mathématique est caractérisé par le recours à une écriture symbolique et l'emploi d'une syntaxe propre à cette écriture. Il a été inventé en grande partie pour faire face aux nombreux paradoxes qui sont apparus avec l'avènement de la théorie des ensembles. La logique formelle et la formalisation des théories mathématiques avaient pour but également d'aboutir à préciser la partie vraiment indiscutable de la logique et des mathématiques. Le but du formalisme tel que le définissait Hilbert était donc de trouver une base solide et universelle aux mathématiques :

- solide parce qu'entièrement basée sur des procédés de démonstration prédéfinis portant sur des énoncés finis et ne faisant appel à aucune intuition de l'infini,
- universelle parce qu'on espérait que toutes les mathématiques passées et à venir pourraient entrer dans le cadre de ce formalisme

Un autre but du formalisme était une tentative de réduire le raisonnement mathématique à des calculs automatiques sur des symboles. Dans cette vision, les mathématiques seraient un assemblage de signes vides de sens en tant que tels.

En première année d’université des symboles apparaissant dans les définitions mettent en jeu des connaissances dans les domaines de la logique, avec la présence de quantificateurs et d’implications, et de la théorie des ensembles puisqu’il y a des intersections et des inclusions d’ensembles (Bridoux, 2011) . Or, ces connaissances ne font pas l’objet d’un enseignement explicite au lycée. L’auteur conclut que le manque d’enseignement explicite est une des causes d’échec en algèbre linéaire que des auteurs (Sierpinska et al. cité par Tanguay, 2002, p.37) appellent l’obstacle du formalisme.

2.5.2. Place de la démonstration dans l’enseignement des mathématiques

La démonstration occupe une place centrale dans le domaine des mathématiques. Arsac (1988) attribue l'importance accordée à la démonstration au fait qu'elle départage les mathématiques des sciences expérimentales. La démonstration est le procédé de validation qui caractérise les mathématiques par rapport aux sciences expérimentales. Depuis qu’elle est apparue dans la mathématique grecque du Ve siècle av. J.C, elle occupe du point de vue épistémologique une place centrale dans cette discipline (Arsac, 1988). Les activités les plus frappantes du mathématicien sont: la découverte de démonstrations rigoureuses et la construction de systèmes axiomatiques. De plus, la démonstration se trouve au cœur de débats entre mathématiciens. Comme l'explique Lakatos (1976), les mathématiques non formelles, quasi empiriques, ne se développent pas par un accroissement continu du nombre de théorèmes indubitablement établis, mais dans l'amélioration incessante des conjectures grâce à la spéculation et à la critique, grâce à la logique des preuves et des réfutations.

Une étude didactique et épistémologique menée par Balacheff (1988) met l'accent sur le sens de la démonstration, c'est-à-dire sur son rôle d'outil de validation dans la communauté des mathématiciens. Il distingue explication, preuve et démonstration.

L'explication est un propos rendant accessible la valeur de vérité d'un énoncé sans qu'on ait à statuer sur les critères d'acceptabilité des éléments de l'explication. Lorsque l'explication est acceptable pour une communauté, alors elle devient une preuve. Plus précisément, Balacheff (1987) définit la preuve comme :

> [...] une explication acceptée par une communauté donnée à un moment donné. Cette décision peut-être l'objet d'un débat dont la signification est l'exigence de déterminer un système de validation commun aux interlocuteurs. (p.147-148)

Pour Balacheff et pour Duval, les démonstrations constituent une classe particulière de preuves. La démonstration enchaîne une suite de propositions acceptées par la communauté des mathématiciens. L'enchaînement se fait par juxtaposition de pas de déduction, dont la validité est assurée selon qu'ils suivent les règles de la logique propositionnelle. La démonstration correspond donc à un accord social des mathématiciens sur les règles qu'elle doit respecter pour être correcte. Pour Balacheff (1987):

> Il s'agit d'une suite d'énoncés organisée suivant des règles déterminées: un énoncé est connu comme étant vrai ou bien est déduit à partir de ceux qui le précèdent à l'aide d'une règle de déduction prise dans un ensemble de règles bien défini .... Ce qui caractérise les démonstrations comme genre de discours est leur forme strictement codifiée (p.148).

Cette vision de la démonstration correspond bien au point de vue que nous adoptons dans ce travail de recherche. La maîtrise des règles de déduction et du discours strictement codifié est indispensable dans l'exécution des tâches de démonstration. Les différences dans la maîtrise des ces règles de déduction et du discours codifié forment un des volets de notre étude.

2.6. Les hypothèses de la recherche

Le cadre théorique étant fixé, quelles peuvent être nos hypothèses de recherche ? En rappel le présent travail a pour but de comprendre l'importance de la responsabilité de la transition secondaire/supérieur dans l'échec des étudiants de première année dans les filières scientifiques à l'université de Ouagadougou en Mathématiques. Il doit nous permettre de nous prononcer sur l'importance de la responsabilité des croyances et des conceptions des acteurs à l'égard des mathématiques et de leur enseignement. Il doit aussi nous permettre de nous prononcer sur la rupture dans les exigences dans le formalisme mathématique et la démonstration tant dans les programmes d'enseignement du secondaire et de première année d'université que dans les pratiques de classes au secondaire et en première année d'université. En cohérence avec nos objectifs et questions de recherche, nous formulons les hypothèses suivantes :

Hypothèse 1

L'échec massif en mathématiques des étudiants de première année des filières scientifiques est dû à la rupture entre les méthodes et programmes d'enseignement dans la transition secondaire/supérieur. Il y a une rupture dans les méthodes d'enseignement et une discontinuité dans les programmes d'enseignement entre les deux ordres d'enseignement que sont le secondaire et le supérieur. Les programmes du secondaire en mathématiques ne couvrent pas les préréquis des mathématiques enseignées en première année d'université. Les deux ordres d'enseignement fonctionnent en vase clos. Les pratiques des enseignants en classe et les modes d'évaluation dans les deux ordres d'enseignement sont différentes au point de perturber l'insertion des élèves du secondaire dans le niveau supérieur.

Dans cette hypothèse la variable explicative de l'échec en mathématiques en première année est la rupture dans les méthodes et les programmes d'enseignement entre le secondaire et le supérieur. Nous avons identifié les dimensions suivantes : la force de la rupture, le lien entre les difficultés des étudiants et la rupture, les difficultés liés à la rupture.

Les indicateurs sont les points de vue des acteurs relatifs à chaque dimension de la variable

Hypothèse 2

Les représentations, croyances et conceptions des élèves, étudiants et enseignants de mathématiques à propos des mathématiques et de leur enseignement sont sources d'échec pour l'enseignement/apprentissage des mathématiques.

La posture épistémologique des enseignants à l'égard des mathématiques, leurs croyances sur ce que doivent être les mathématiques influencent leurs manières d'enseigner. Les opinions, attitudes des élèves et étudiants à l'égard des mathématiques et de leur enseignement influencent leur apprentissage des mathématiques.

Dans cette hypothèse la variable explicative de l'échec des étudiants en mathématiques sont les représentations des enseignants et des apprenants sur les mathématiques et leur enseignement. Les dimensions retenues sont la posture épistémologique, les opinions, les attitudes à l'égard des mathématiques.

Hypothèse 3

L'échec en mathématiques en première année des filières scientifiques dans la transition secondaire/supérieur est dû aussi à la rupture dans les exigences en formalisme et en démonstration.

Il y a une rupture dans les exigences en formalisme et en démonstration dans la transition. La rupture dans les exigences en formalisme mathématique et en démonstration entre le secondaire et le supérieur tant les programmes que dans les pratiques de classes joue un rôle dans les échecs observés. Il y a un formalisme accru à l'entrée à l'université que les programmes et les pratiques des enseignants du secondaire n'anticipent pas. Les exigences en démonstration à l'université ne sont pas acquises par les postulants en première année universitaire.

Les hypothèses de notre recherche, réponses anticipées à nos questions de recherche étant définies, le chapitre suivant présente l'orientation méthodologique de la recherche globale, notre démarche de collecte et d'analyse des données.

Chapitre 3 : Cadre méthodologique

Nous cherchons dans notre étude, à analyser l'articulation des programmes d'enseignement sur le plan du formalisme et de la démonstration et le saut sur le plan des méthodes d'enseignement. Un autre centre d'intérêt de notre recherche est l'étude des représentations des enseignants et des apprenants à propos des mathématiques et de leur enseignement. L'objet de notre étude nous amène à recueillir des données quantitatives et qualitatives à travers un dispositif méthodologique de recherche dont nous faisons l'économie dans les lignes suivantes.

3.1. L'approche méthodologique

Le choix d'une approche de recherche se fonde sur plusieurs éléments. De ces éléments on peut citer ceux relatifs à la problématique, à la nature des questions ou des objectifs de recherche, mais à la cohérence avec les fondements épistémologiques et théoriques de la recherche. L'investigation des représentations des enseignants, élèves et étudiants, l'étude de l'articulation entre les deux ordres d'enseignement que sont le secondaire et le supérieur sur le plan du formalisme, de la démonstration et des méthodes d'enseignement sont les objectifs de notre recherche. Les données à recueillir sont de natures diverses et nous choisissons une approche mixte de recherche, alliant méthode qualitative et quantitative. Nous justifierons notre choix après un bref aperçu théorique de ces deux approches majeures en sciences sociales.

3.1.1. Choix de méthodes quantitatives de recherche

Les méthodes quantitatives permettent de mesurer des opinions ou des comportements. Elles permettent également de décrire les caractéristiques d'une population ayant une opinion ou un comportement particulier. Elles impliquent des variables quantitatives et des mesures mathématiques. Selon Durkheim (2007), il faut traiter les faits sociaux comme des choses, comme des objets extérieurs, qu'on ne peut comprendre que par les motivations des individus, puisque ceux-ci sont déterminés par leur environnement social. Une enquête quantitative dénombre des opinions ou des comportements déclarés qui sont autant de phénomènes considérés comme des objets extérieurs, que l'on ne cherche pas à expliquer en demandant d'abord aux enquêtés le pourquoi de leurs réponses, mais en étudiant «objectivement» leurs relations statistiques avec d'autres réponses de la même enquête.

Deux qualités essentielles sont à reconnaitre aux méthodes quantitatives : la validité de la mesure et la représentativité de l'échantillon choisi pour effectuer la mesure.

Parmi les limites on peut retenir le manque d'importance donné au point de vue de l'enquêté, la faible analyse du sens que les acteurs donnent à leurs pratiques, aux événements dont ils ont pu être les témoins. Elle retranscrit assez mal les systèmes de valeur et les repères normatifs à partir desquels les individus s'orientent et se déterminent.

3.1.2. Choix de méthodes qualitatives/interprétatives de recherche

L'approche qualitative/interprétative de recherche trouve ses origines en anthropologie selon Karsenti et Savoie Zajc (2000). Maria Montessori (1870-1952) serait la première à l'utiliser en éducation. Il faut attendre les années soixante du siècle dernier, à la suite des travaux de Tesch (1990) pour voir un engouement réel pour cette approche en éducation.

Beaucoup de définitions de la recherche qualitative abondent dans la littérature. Denzin et Lincoln (1994) cités par Karsenti et Savoie Zajc (2000), donnent la définition suivante :

> La recherche qualitative/interprétative consiste en une approche de recherche qui épouse le paradigme interprétatif et privilégie l'approche naturaliste. Elle tente de comprendre de façon riche les phénomènes d'études à partir des significations que les acteurs de la recherche leur donnent. Les études sont menées dans le milieu naturel des participants. La recherche qualitative/interprétative est éclectique dans ses choix d'outils de travail. (p.174)

L'approche qualitative cherche plus à comprendre qu'à expliquer les phénomènes de façon détaillée à partir d'un nombre limité d'observations.

Les méthodes qualitatives permettent de recueillir des informations que l'on ne peut obtenir par d'autres méthodes. Elles passent par le recueil d'informations contextualisées permettant d'appréhender des phénomènes et de les comprendre. Elles apportent leur contribution à la compréhension d'aspects souvent négligés des problématiques. Elles sont idéales pour l'investigation des représentations, attitudes, motivations et pratiques d'un groupe ou d'un univers social particulier, à travers l'analyse du discours et l'observation de pratiques. La confrontation du discours des participants à leurs pratiques réelles permet d'identifier des confirmations ou contradictions relatives aux hypothèses du chercheur.

Un des reproches majeurs portés sur les méthodes qualitatives/interprétatives est la faiblesse des échantillons. Le petit nombre des acteurs enquêtés ne permettrait pas de généraliser les résultats, chose que ne prétendent pas faire les défenseurs de ces méthodes.

Une partie de notre recherche porte sur les représentations des acteurs du système éducatif impliqués dans la transition secondaire/supérieur à propos des mathématiques et de leur enseignement. Selon Jodelet (1989) :

> On reconnait généralement que les représentations sociales, en tant que système d'interprétation régissant notre rapport au monde et aux autres, orientent et organisent les communications sociales (p.36).

Investiguer les représentations conduit à s'intéresser aux discours écrits ou oraux et aux actes des acteurs. L'analyse des exigences en formalisme et en démonstration dans les deux cycles d'enseignements induit une analyse des documents programmes et l'analyse de tâches données aux apprenants. L'étude des représentations, l'analyse des exigences en formalisme et en démonstration nous conduisent à des méthodes qualitatives dans notre recherche

Les outils utilisés par les méthodes qualitatives sont généralement l'entretien, l'observation et l'analyse documentaire.

3.1.3. Une approche mixte de recherche

Dans les paragraphes précédents nous avons passé en revue les approches qualitatives et quantitatives de recherche avec leurs forces et faiblesses.

Pour Denzin [25](1989) « les faiblesses d'une méthode de recherche sont souvent la force d'une autre, et en les combinant on peut atteindre le meilleur de chaque méthode, tout en dépassant leurs déficiences particulières » (p.117). Pour cet auteur intégrer les deux types de méthodes enrichirait la recherche. Mais comment intégrer deux méthodes en apparences opposées ? La question a intéressé les chercheurs ces dernières années. Patton (1987); Reichardt et Rallis (1994), Rousseau ((1996)); Thierry Karsenti et Savoie Zajc (2000) ont contribué au débat sur la nature d'une approche mixte de recherche. Elle est un paradigme de recherche, intégrateur de différentes approches de recherche en éducation, associant à la fois des éléments de la recherche qualitative et quantitative et qui se développe progressivement. Thierry Karsenti et Savoie Zajc (2000) la qualifient d'une approche pragmatique de la recherche dans laquelle des données qualitatives sont jumelées à des données quantitatives afin d'enrichir la méthodologie et, éventuellement, les résultats de recherche :

> Ces méthodologies sont de plus en plus souvent abordées non pas sous l'angle de leurs différences, mais sous celui des complémentarités qu'elles peuvent apporter à la recherche. Une vision pratique de la recherche est en train de s'instaurer par laquelle le chercheur met en œuvre diverses méthodes de travail empruntées à l'une ou à l'autre des méthodologies afin d'effectuer une recherche la plus utile ou la plus instructive possible. (Karsenti & Savoie-Zajc, 2000, p.132)

Patton (1987) s'inscrit dans ce sens*:*

> In practice, it is altogether possible, and often desirable, to combine approaches, to superimpose quantitative scales and dimensions onto qualitative data […] In practice, human reasoning is sufficiently complex and flexible that it is possible to research predetermined questions and test hypotheses about certain aspects of a program while being quite open and naturalistic in pursuing other aspects of a program. (p.62- 64).

Fielding et Schreier (2001), afin de désigner la récente combinaison d'éléments qualitatifs et quantitatifs en recherche, ils utilisent le terme *hybride* :

---

[25] Denzin N.,The Research Act. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1989

> More often, hybrid approaches comprise a number of phases, some of which are qualitative, others quantitative; all, however, are equally necessary for achieving the objective of the approach». (p.10).

Notre approche de recherche combine les méthodes qualitatives et quantitatives de recherche. Nous souscrivons à une approche méthodologique mixte où nous utilisons à la fois des méthodes quantitatives et qualitatives pour investiguer les mêmes objets de recherche.

L'étude des conceptions des acteurs sur les mathématiques, l'analyse des programmes et des méthodes d'enseignement dans les deux ordres d'enseignements induisent un recueil de données à la fois qualitatives et quantitatives. Cette approche mixte est une suite naturelle et surtout pragmatique aux méthodologies traditionnelles de nature quantitative ou qualitative. Elle fait un mariage stratégique de données qualitatives et quantitatives, de façon cohérente et harmonieuse et facilite la triangulation des résultats de recherche.

Notre approche méthodologique étant fixée, nous abordons dans la section suivante les instruments de notre recherche en lien avec l'approche de recherche choisie pour cette recherche.

3.2. Les instruments de recherche

Dans le paragraphe précédent nous avons présenté l'approche méthodologique. L'approche mixte de recherche retenue pour notre recherche allie recueil de données qualitatives et quantitatives. Nous avons choisi d'effectuer des entretiens semi-dirigés, des enquêtes par questionnaires, des observations directes, et des analyses documentaires. Nous déclinons dans les paragraphes suivants quelques réalités sur ces outils et les raisons fondant notre choix.

3.2.1. Les entretiens

L'entretien de recherche a fait l'objet de nombreuses définitions. (Boutin, 2000) a passé en revue les définitions de plusieurs auteurs. Nous retenons celles données par Grawitz. Il donne la définition suivante : « l'entretien de recherche est un procédé d'investigation scientifique, utilisant un processus de communication verbale, pour recueillir des informations, en relation avec le but fixé. (Grawitz, 2001, p.644). Cette définition se rapproche de celle de Cannel (1974) :

> L'entretien est une conversation initiée par l'interviewer dans le but spécifique d'obtenir des informations de recherche pertinentes qui est centrée par le chercheur sur des contenus déterminés par les objectifs de recherche. (p.385).

Pour Blanchet et Gotman, «l'entretien[…] fait appel au point de vue de l'acteur et donne à son expérience vécue, à sa logique, à sa rationalité, une place de premier plan.» (Blanchet, 1992, p.23)

L'entretien de recherche vise la compréhension de phénomènes du point de vue des acteurs. Il est utilisé lorsqu'on s'intéresse aux comportements des hommes en société et au sens que les acteurs sociaux eux-mêmes donnent à leurs pratiques.

La technique de l'entretien convient pour :

- l'analyse du sens que les acteurs donnent à leurs pratiques, l'analyse de leur système de valeurs, de leurs repères normatifs, de la lecture de leurs propres expériences

- l'analyse d'un problème précis ses données, les points de vue en présence, ses enjeux, les systèmes de relations entre les individus

- la reconstitution d'expériences ou d'évènements du passé.

Notre recherche porte sur les conceptions des acteurs sur des aspects liés à la transition secondaire/supérieur. Les entretiens porteront sur leurs représentations des mathématiques et de leur enseignement, leurs points de vue sur l'articulation des deux cycles d'enseignement sur le plan du formalisme et de la démonstration de même que sur le saut au niveau des méthodes d'enseignement quiseront investigués. Des entretiens semi-dirigés seront donc utilisés et porteront sur les trois volets ci-dessus cités à savoir les représentations, l'articulation entre les cycles d'enseignement sur le plan du formalisme et de la démonstration et le saut au niveau des méthodes d'enseignement.

L’entretien semi-dirigé est une forme d’entretien où le chercheur veut susciter l’expression de son interlocuteur sur un certain nombre de thèmes regroupés dans un guide d’entretiens. Le premier thème de l’entretien porte sur les représentations qu’ont les acteurs des mathématiques et de leur enseignement. Le deuxième thème est relatif au « saut » dans les méthodes d’enseignement entre les enseignements secondaire et supérieur. Le dernier volet traitera des exigences en formalisme et en démonstration du secondaire au supérieur.

Pour Vermersh (2000) un entretien d’explicitation vise la verbalisation de l’action. Elle recherche l’information «sur la manière dont l’interviewé a réalisé une tâche particulière » (p.32).

Les conceptions des acteurs à propos des mathématiques ne peuvent uniquement être appréhendées à partir d’un questionnaire. Un entretien avec les acteurs clés permet de mieux saisir leurs conceptions. Ceci nous convainc d’opter pour des entretiens semi-directifs avec certains des acteurs qui seront déterminés dans la section suivante. Ces entretiens ont pour but d’avoir le point de vue d’acteurs avisés et au centre du champ de notre étude.

Ces entretiens nous fourniront aussi des informations sur d’autres éléments clés de notre recherche : la liaison entre le secondaire et le supérieur sur le plan du formalisme et de la démonstration et le « saut méthodologique » dans l’enseignement/apprentissage des mathématiques du secondaire au supérieur.

Ils seront enregistrés et les données qui en seront tirées transcrites. Les suggestions à ce sujet sont nombreuses (Bogdan, 1975; Lincoln & Guba, 1985; M. Patton, Q., 1980). Ces auteurs sont unanimes que la transcription devrait transformer le plus fidèlement possible l’expression orale des sujets en expression écrite pour reprendre les termes de Boutin (2000).

3.2.2. Les questionnaires

L’enquête par questionnaire est une méthode permettant la collecte d’informations sur un échantillon représentatif de la population objet de l’étude, des informations relatives à une ou plusieurs hypothèses. L'enquête par questionnaire est, de toutes les méthodes de recueil de données en sciences sociales, la méthode la plus connue et la plus fréquemment utilisée. Le questionnaire présente de nombreux avantages et est pratiquement l'instrument le plus adapté aux enquêtes quantitatives (Chauchat, 1995). C'est un ensemble de questions construites dans le but d'obtenir l'information correspondant aux besoins du travail de recherche. C'est un outil qui recueille des données quantitatives qu'on peut traiter avec des méthodes mathématiques.

Le questionnaire peut recueillir des données sur les attributions et déclarations de comportements, les croyances et représentations, les connaissances testables, les jugements de valeurs, etc. Les domaines d'applications du questionnaire ci-dessus cités et la fiabilité accordée aux questionnaires par de nombreux auteurs nous amène à opter pour cet outil dans notre recherche. Il ya deux formes principales de questions dans les questionnaires : les questions fermées et les questions ouvertes.

Dans le cadre de notre étude le questionnaire utilisera une large part de questions fermées avec des questions ouvertes touchant à la justification des opinions et des représentations. Nous pensons que cette dernière forme est indiquée pour notre recherche de par la richesse des informations recueillies et ce malgré la difficulté de son traitement statistique.

Un des instruments que nous avons retenus pour notre recherche est l'analyse des tâches données aux apprenants. Dans le paragraphe suivant nous justifions le choix de cet instrument.

3.2.3. Analyse de tâches proposées aux élèves et aux étudiants

La recherche de l'influence d'une préparation insuffisante des élèves du secondaire pour les mathématiques universitaires à travers le formalisme et la démonstration nous conduit à faire une analyse des contenus des programmes du secondaire et du supérieur, d'exercices donnés aux apprenants dans les deux cadres de formation.

L'analyse des programmes du secondaire et du supérieur est faite à travers les contenus et instructions relatifs à l'enseignement/apprentissage de la démonstration et du formalisme.

L'analyse des tâches proposées aux élèves est faite à partir de sujets donnés à l'examen du baccalauréat[26]. Les sujets donnés à l'examen du baccalauréat sont sensés faire la synthèse des savoirs et savoir-faire exigibles aux élèves achevant leur scolarité au secondaire. Des exercices donnés aux élèves dans les classes de terminale font parties des tâches à analyser.

L'analyse des tâches proposées aux étudiants est faite à partir de sujets donnés au lors d'examens au cours des deux premiers semestres (S1 et S2) de la licence 1[27] en sciences et technologies et des exercices donnés en travaux dirigés. Ces sujets et exercices de travaux dirigés semblent, pour nous, être en mesure de refléter les savoirs et savoir-faire exigibles en première année des filières scientifiques.

Cette analyse vise à repérer les changements dans les exigences et les difficultés liés au formalisme et à la démonstration.

Nous inspirant des travaux de Robert (1998), de Corriveau (2007) et de Fulvi (2010) l'analyse des tâches demandées aux élèves et aux étudiants se fera autour de la complexité de chaque tâche donnée aux apprenants et des activités attendues de ceux-ci, les «activités attendues» étant les activités souhaitées idéalement de la part des apprenants. Les axes d'analyses suivantes proposés par Fulvi (Fulvi, 2010, p.48), chaque axe comportant des questions dont les réponses permettent l'analyse de la tâche proposée, sont ceux que nous adoptons.

---

[26] Le baccalauréat est le diplôme sanctionnant la fin des études secondaires au Burkina Faso.

[27] La licence 1 dans le système LMD à la première année dans le système classique d'avant le LMD. Elle est constituée des deux semestres S_1 et S_2.

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?*

  Cette question est en rapport avec les savoirs et savoir-faire exigibles pour réussir la tâche.

- ✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions*?

Cette question vise le repérage du domaine mathématique de déroulement de la tâche. il joue un rôle sur les démonstrations à élaborer et les éléments de formalisme qui devront être mis à contribution par l'apprenant.

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

Dans cette partie de l'analyse, ce sont les activités attendues de l'apprenant qui sont traitées. Nous reprenons les questions de Robert (1998).

- ✓ *L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?*

L'indépendance ou la liaison entre étapes joue un rôle non négligeable dans la complexité des tâches. Lorsqu'elles sont indépendantes, les tâches peuvent constituer en elles mêmes des énoncés. Lorsqu'il y a une liaison, les questions ou résultats de certaines étapes peuvent être des hypothèses et point d'appui pour les étapes suivantes. Dans le cas où l'énoncé de la question est fermé, elle peut aider dans la question suivante qui lui est liée, cependant le contraire peut rendre difficile la tâche, lorsque l'apprenant rencontre des difficultés dans une question où le résultat est utilisé dans la suite de celle-ci.

- ✓ *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?*

Nous appuyant sur la définition du problème ouvert (Charnay, 1993) un énoncé est ouvert lorsqu'il n'induit ni la méthode, ni la solution, une solution qui ne doit pas être une application directe des résultats des questions précédentes. Pour Robert et Rogalski (Robert & Rogalski, 2002), «… une question ouverte est rarement associée à une application directe d'une connaissance, ne serait-ce qu'à cause du doute initial sur ce qui est à montrer exactement ». Nous considérons qu'un énoncé est fermé lorsque la méthode, la solution et les propriétés à utiliser sont induites par la question ou les questions précédentes. Pour Robert et Rogalski (Robert & Rogalski, 2002) l'ouverture ou la fermeture des questions posées induisent des activités chez les apprenants.

- ✓ *S'agit-il d'un type de problème qui était ignoré jusqu'alors?*

  Cette question vise à caractériser le type de problème et la familiarité des apprenants à ces types de problèmes.

- ✓ *Quels types de raisonnements sont en jeu?*

Robert (1998) a suggéré les raisonnements suivants le raisonnement par l'absurde, le raisonnement par contraposée, le raisonnement par récurrence, la réfutation par un contre-exemple auxquels nous ajoutons, en accord avec Fulvi (2010) le raisonnement par disjonction de cas, le raisonnement déductif différent des cas suscités.

- ✓ *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?*

Les exigences en formalismes étant un des indicateurs de la rupture en formalisme et en démonstration, il convient de repérer dans les tâches l'importance du formalisme.

- ✓ *Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?*

- ✓ *La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?*

Ces deux dernières questions visent à déceler la complexité des tâches à travers les éléments de symbolisme, de vocabulaire et les quantificateurs.

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

Les activités idéalement attendues des apprenants sont visées dans cette partie de l'analyse. Leurs réponses rendent compte des efforts demandés à l'apprenant en matière de formalisme et de démonstration. Ces questions font partie des questions formulées par Fulvi (2000) à la suite de celles formulées par Robert (1998).

- ✓ *Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?*

- ✓ *Y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?*

- ✓ *Y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?*

- ✓ *Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?*

Le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche provient des travaux de Robert (1998). L'auteur distingue trois niveaux de mise en fonctionnement des connaissances par les apprenants (Robert, 1998, p ; 165-166).

Dans l'ordre croissant des exigences, le premier niveau de mise en fonctionnement des connaissances est le niveau technique.

> Le niveau technique : ce niveau correspond à des mises en fonctionnement indiquées, isolées, mettant en jeu des applications immédiates de théorèmes, propriétés, définitions, formules, etc. Les notions mathématiques sont utilisées ici essentiellement dans leur fonction d'« outil ». L'habileté à mener des calculs standards relève aussi de ce niveau (Robert, 1998, p.165)

Selon la forme de l'énoncé, les apprenants n'ont qu'à mettre en œuvre que des applications simples et isolées des connaissances (théorème, définition, propriété, formule, méthode, raisonnement, etc.) qu'on leur a indiquées (Robert & Rogalski, 2002). Les connaissances à utiliser étant indiquées, la principale activité de l'élève consistera à remplacer les données générales par les données particulières pour déduire le résultat à démontrer.

Le second niveau est celui des connaissances mobilisables :

> Le niveau des connaissances mobilisables : dans ce niveau, les connaissances en jeu sont encore explicites et indiquées, mais il ne suffit plus d'appliquer immédiatement une propriété ou un théorème. Il peut être nécessaire d'adapter ses connaissances, de changer de points de vue. Les caractères « outil » et « objet » peuvent être concernés. La solution peut requérir plusieurs étapes. Ce niveau teste une mise en fonctionnement

> où existe un début de juxtaposition de savoirs dans un domaine donné, voire d'organisation.(Robert, 1998, p.166).

Ces exemples de Najar (2010) sur des cas de démonstrations en terminale et en première année d'université illustrent ce niveau :

> En classe de terminale, montrer, sans indication, qu'une équation f(x) = 0 admet une solution unique dans un intervalle I, lorsqu'il y a lieu de montrer que f est continue et strictement monotone sur I et que 0 ∈ f(I) [...] En première année supérieure, il en va de même, pour nous, pour les tâches : - Montrer que l'image réciproque d'un sous-groupe H par un morphisme de groupes f, est un sous-groupe (considérer la structure de sous-groupe de H, gérer convenablement le passage entre éléments de $f^{-}(H)$ et H, utiliser les propriétés de morphisme de f) (p.166).

Le troisième niveau selon Robert (1998) est :

> Le niveau des connaissances disponibles : Il correspond au fait de savoir résoudre ce qui est proposé « sans indications », de pouvoir « appliquer des méthodes non prévues », effectuer « des mises en relations », « donner des contre-exemples, changer de cadres sans suggestion ». Ce niveau de mise en fonctionnement est lié à une familiarité importante ainsi qu'à une organisation des connaissances, à la possibilité de se servir de situations de références variées. L'étudiant ici est autonome, il dispose de repères, de questionnements, et est capable, si besoin est, de se poser seul des problèmes ou de tirer des bilans(p.166).

Ces niveaux de mobilisation des connaissances constituent, il nous semble, des repères pour caractériser les exigences dans les tâches de démonstrations.

Les trois axes d'analyse ne sont pas mutuellement exclusifs car les analyses des deux derniers axes semblent difficilement isolables.

Nous retenons ces trois axes d'analyse pour notre grille d'analyse des tâches proposées aux élèves de Terminale, de même que pour les tâches proposées aux étudiants lors des examens des semestres 1 et 2 de la licence en sciences et technologie

L'analyse documentaire concerne aussi bien les tâches données aux apprenants que les programmes d'enseignement. A défaut d'un manuel officiel d'accompagnement des acteurs dans les classes du secondaire et du supérieur, nous analysons les contenus et instructions officielles.

3.2.4. Construction des questionnaires et guide d'entretien

Les outils de récoltes de données jouent un rôle central dans l'atteinte des objectifs de notre recherche. Dans notre étude, ces outils doivent recueillir des données relatives aux représentations des acteurs sur les mathématiques et leur enseignement, la rupture dans les méthodes, programmes d'enseignement et les exigences en formalisme et en démonstration. Il s'agit des questionnaires et des guides d'entretien.

- **Des questionnaires**

Les questionnaires destinés aux apprenants et aux enseignants comportent trois parties : une introduction, une identification du répondant et la partie relative aux mathématiques et à leur enseignement.

L'introduction

C'est un message destiné à l'enquêté pour situer le sens du questionnaire et le cadre dans lequel il s'inscrit. Il s'agit aussi de la motiver et de le sécuriser quand à l'anonymat et à la stricte utilisation des données dans le cadre de la recherche.

L'identification du répondant

Cette partie vise le recueil d'informations sur la qualité du répondant. Les variables constitutives recherchées sont :

- Ville, établissement fréquenté, classe et le genre pour les élèves
- Sexe, filière d'étude, statut (par rapport au redoublement) pour les étudiants
- Ville, établissement, sexe, diplômes académiques et professionnels, expériences d'enseignement dans les filières et l'ancienneté de service pour les enseignants.

Ces variables permettent de situer les répondants par rapport à notre plan d'échantillonnage et sont utiles pour l'analyse des informations qu'ils fourniront.

Les diplômes académiques et professionnels, les expériences d'enseignement et l'ancienneté de service permettent d'avoir des informations plus fines sur le profil des enseignants enquêtés.

Des mathématiques et de leur enseignement

Cette dernière partie du questionnaire vise le recueil d'informations sur trois plans :

- les représentations des acteurs à propos des mathématiques et de leur enseignement,
- le saut dans les méthodes, programmes
- la rupture dans les exigences en formalisme et en démonstration.

✓ **Les représentations des acteurs relatives aux mathématiques et à leur enseignement**

Dans notre cadre théorique, nous définissons les représentations des acteurs comme les croyances, les points de vue et préférences des acteurs de l'éducation pour des choses relevant de leur domaine, en particulier des mathématiques et de leur enseignement. Les représentations relèvent des croyances et valeurs de chaque ordre d'enseignement. Nous y avons relevé trois dimensions qui sont la posture épistémologique, les opinions, et les attitudes à l'égard des mathématiques et de leur enseignement. Les indicateurs ciblés sont : l'inaccessibilité des mathématiques, le sentiment de fatalité dans l'échec en mathématiques, le niveau des apprenants, la vision des mathématiques et l'utilité des mathématiques. Ainsi des questions relatives à la difficulté des mathématiques, à la fatalité de l'échec en mathématiques, au niveau des apprenants en mathématiques, aux opinions sur les mathématiques, et l'utilité des mathématiques sont posées au public de notre enquête par questionnaire.

✓ **De la rupture dans les méthodes et dans les programmes d'enseignement**

La rupture dans les méthodes et programmes d'enseignement relève du volet écologique de la transition. Les méthodes et programmes d'enseignement peuvent être logés dans le macrosystème du modèle écologique de Bronfenbrenner développé au paragraphe 2.4.2. Nous avons alors retenu comme dimensions l'existence de la rupture, sa force, le lien entre la rupture et l'échec des étudiants en première année, les difficultés liées à la rupture. Partant de ces dimensions des questions relatives aux facteurs d'échec des apprenants en mathématiques, au lien entre difficultés des étudiants en mathématiques et décalage entre les méthodes d'enseignement, à la connaissance des programmes , à la liaison entre les programmes d'enseignements, aux échanges entre acteurs des deux ordres d'enseignements sont posées aux enquêtés en fonction eu égard à leur place dans notre échantillon.

- ✓ **De la rupture dans les exigences en formalisme et en démonstration**

Quelle est la réalité de la rupture dans les exigences en formalisme et en démonstration ? Quelles sont les raisons d'une éventuelle rupture ? Nos outils de collecte d'informations tels les questionnaires se doivent de répondre à ces questions. Nous avons dégagé les dimensions suivantes dans ce volet conformément à notre cadre théorique (paragraphe 2.5) : le niveau des apprenants en démonstration, les difficultés en démonstration, l'enseignement apprentissage des symboles, du langage, de la logique et du raisonnement mathématiques et les nouveautés en démonstration dans le supérieur.

Le tableau suivant donne la synoptique des questions posés dans les questionnaires et le lien avec les hypothèses de notre recherche.

Tableau 3: Synoptique des questions posées aux apprenants et aux enseignants

	Questionnaires			
Question	**Elèves**	**Etudiants**	**Enseignants du secondaire**	**Enseignants du supérieur**
	Indicateurs			
1	**Difficulté des mathématiques**	**Difficulté des mathématiques**	**Difficulté des mathématiques**	**Difficulté des mathématiques**
2	**Représentations sur la capacité de réussir en mathématiques**	**Représentations sur la capacité de réussir en mathématiques**	**Niveau des élèves en mathématiques**	**Niveau des élèves en mathématiques**
3	**Exercices préférés**	**Facteurs de faiblesses des apprenants**	**Représentations sur la capacité de réussir en mathématiques**	**Représentations sur la capacité de réussir en mathématiques**
4	**Facteurs de difficultés des apprenants**	**Opinions sur les mathématiques**	**Facteurs de difficultés des apprenants**	**Opinions sur les mathématiques**
5	**Opinions sur les mathématiques**	**Utilité des mathématiques**	**Feedback sur les performances des anciens**	**Facteurs de faiblesses des apprenants**

			élèves	
6	**Utilité des mathématiques**	**Décalage des pratiques**	**Echos des difficultés des anciens élèves**	**Décalage des pratiques**
7	**Informations sur les cours à l'université**	**Différences de méthodes d'enseignement**	**Information sur les difficultés des anciens élèves**	**Connaissances des programmes du secondaire**
8	**Suffisance de la préparation des élèves**	**Difficultés liés à la transition**	**Décalage des pratiques**	**Continuité des programmes**
9	**Connaissances des symboles et certains connecteurs**	**Niveau en démonstration**	**Echange avec les enseignants de l'autre ordre d'enseignement**	**Connaissances des programmes 2**
10	**Apprentissage des symboles mathématiques**	**Symboles apprises au lycée**	**Echange avec les anciens élèves**	**Comparaison des taux d'échec**
11	**Apprentissage du langage mathématique**	**Symboles découverts pour la première fois à l'université**	**Pratique du cours magistral**	**Echange avec les enseignants de l'autre ordre d'enseignement**
12	**Apprentissage de la logique**	**Apprentissage des symboles et langage mathématique**	**Niveau en démonstration**	**Niveau en démonstration**

13		**Existence de cours d'apprentissage de la logique**	**Apprentissage du langage mathématique**	**Cours sur les quantificateurs**
14		**Démonstration découverte**	**Apprentissage de la logique**	**Apprentissage du langage mathématique**
15		**Facteurs de difficultés en démonstration**	**Facteurs de difficultés des apprenants**	**Apprentissage de la logique**
16			**Suffisance de la préparation des élèves**	**Facteurs de difficultés des apprenants**
17			**Continuité des programmes de mathématiques**	

- **Des guides d’entretiens**

Les guides d’entretiens pour les enseignants des deux ordres d’enseignement, à l’instar des questionnaires comportent une première partie fixant le cadre de l’entretien et une seconde partie permettant de rendre compte de la qualité de l’interviewé. La troisième partie comporte les questions proprement dites.

Après la revue des différents instruments de collecte des données, nous abordons dans la section suivante le public cible et l’échantillonnage.

3.3. L’échantillonnage

La collecte des données pour toute recherche impose le choix d’une population d’étude et le choix d’échantillons au cœur de la population pour les différents types de données à rechercher. Dans la présente section, nous présentons la population d’étude et le choix d’échantillonnage.

3.3.1. Population d’étude

Le choix de la population d’étude dépend du paradigme, des questions et hypothèses de la recherche. La présente recherche de par son objet impose d’une part, les acteurs de la transition secondaire/supérieur et d’autre part les programmes d’enseignement du secondaire et du supérieur et les productions d’apprenants concernés par la transition secondaire/supérieur.

Les étudiants de première année, avec option Sciences et technologies, ou ayant déjà fait la première année constituent des acteurs clés de notre étude car ils vivent ou ont déjà vécu la transition secondaire/supérieur avec chacun son expérience. Ils sont en mesure d’apporter des informations utiles pour notre recherche.

Les élèves des filières scientifiques des lycées (classes de terminale D ou C) sont les futurs étudiants des filières scientifiques de l’université de Ouagadougou. Auprès de ces probables futurs étudiants nous pouvons recueillir des informations sur les représentations qu’ils ont des mathématiques, sur le formalisme et la démonstration au lycée et sur les méthodes pédagogiques.

Les professeurs de mathématiques des lycées et les enseignants de mathématiques des universités sont des acteurs centraux dans la transition secondaire/supérieur. Les professeurs de mathématiques des lycées sont impliqués dans la préparation des futurs étudiants et à ce titre leurs représentations des mathématiques et de leur enseignement, leurs pratiques d'enseignement/apprentissage, leurs exigences en terme de formalisme et de démonstration sont sans doute des causes de la mauvaise qualité de la transition. Les enseignants de mathématiques de l'université de Ouagadougou, sont chargés de la formation mathématiques des étudiants. Ils sont en mesure de fournir des informations pouvant contribuer à une prise de position par rapport à nos hypothèses de recherche.

Les programmes officiels de mathématiques indiquent généralement les contenus à enseigner et contiennent les instructions officielles. A ce titre ceux du secondaire et des filières scientifiques recèlent des informations sur les exigences en formalisme et en démonstration dans les deux niveaux d'enseignement. Ces informations qui intéressent notre recherche fondent notre décision de faire une recherche documentaire sur ces programmes. Dans le même sens les tâches (exercices de classes ou d'examens, travaux dirigés, devoirs) confiés aux apprenants peuvent nous donner des informations allant dans le sens des exigences des enseignants en formalisme et en démonstration.

3.3.2. Echantillonnage

Selon Alvaro P. Pirès (1997) le mot « échantillon » peut prendre une double signification. Au sens strict ou opérationnel, il désigne exclusivement le résultat d'une démarche visant à prélever une partie d'un tout bien déterminé ; au sens large, il désigne le résultat de n'importe quelle opération visant à constituer le corpus empirique d'une recherche. L'échantillon est donc une portion d'une population et à partir de laquelle seront collectées les données. Un échantillon peut inclure des personnes, un groupe, un objet ou du texte. Il est sélectionné d'après des méthodes spécifiques, lesquelles sont choisies selon le paradigme de recherche utilisé.

En recherche quantitative, un échantillon est habituellement sélectionné selon des méthodes statistiques éprouvées qui se basent sur les lois de la probabilité. Toutefois en recherche qualitative, d'autres stratégies d'échantillonnage sont utilisées. En effet, l'échantillonnage en recherche qualitative a comme objectif d'obtenir des cas qui donneront au chercheur les données qu'il désire obtenir. Les échantillons qualitatifs sont donc non probabilistes puisque le problème de la représentation n'est pas important mais la qualité des acteurs choisis. Alvavo P. Pirès (1997) classifie les modalités d'échantillonnage en fonction de types de données qu'on souhaite recueillir.

Tableau 4: Deux grands types de données, différentes modalités d'échantillonnage et différents types d'échantillons

Deux grands types de données	Le quantitatif (les « chiffres »)	Échantillonnage non probabiliste	Échantillon accidentel Échantillon de volontaires Échantillon par quotas Échantillon par choix raisonné Échantillon par boule de neige
		Échantillonnage probabiliste	Échantillon aléatoire simple Échantillon systématique Échantillon stratifié Échantillon en grappes Échantillon aréolaire
	Le qualitatif (les « lettres »)	Échantillonnage par cas unique	Échantillon d'acteur Échantillon de milieu, institutionnel ou géographique Échantillon événementiel
		Échantillonnage par cas multiples (ou multi-cas)	Échantillon par contraste Échantillon par homogénéisation Échantillon par contraste-approfondissement Échantillon par contraste-saturation Échantillon par quête du cas négatif

Source : Alvaro p. Pirès (1997, p.12)

Sans définir toutes ces méthodes d'échantillonnage, notre approche de recherche passe par le recueil de données quantitatives et qualitatives. Notre principe d'échantillonnage est basé sur la nature des données que nous cherchons à travers nos instruments de recherche

- **Les questionnaires**

Des questionnaires seront adressés aux élèves de Terminale, aux étudiants, aux professeurs des lycées et aux enseignants d'université. Ils visent le recueil d'informations auprès de ces acteurs clés dans la transition secondaire/supérieur.

Du côté élèves nous privilégions les élèves des classes de Terminale D et Terminale C, car, ce sont les bacheliers de ces classes qui sont majoritairement orientés en option sciences et technologies à l'université de Ouagadougou. Pour le choix de notre échantillon d'élèves, nous utilisons un échantillonnage à plusieurs degrés. Nous retenons un certain nombre de villes dans lesquelles des établissements d'enseignements secondaires sont choisis. Il s'agit des villes de Bobo-Dioulasso, Ouagadougou et Koudougou. Ce sont les principales villes du Burkina Faso et elles disposent des trois principales universités publiques. Deux autres villes, chef lieu de régions, s'ajoute aux trois premières ci-dessus citées. Elles sont choisies par tirage aléatoire simple sans remise parmi les dix (10) autres chefs lieux de régions[28]. Dans les villes retenues ayant la série C et la série D, toutes les classes de Terminale C et autant de Terminale D participent à l'étude. Dans chacune des autres villes retenues une classe de Terminale D fait partie de notre échantillon.

Le choix des établissements se justifie par la volonté dans cette recherche d'une couverture nationale de l'étude tout en maintenant de façon raisonnable l'éclatement spatial de la zone d'enquête à causes des problèmes d'accessibilité.

Notre échantillonnage nous fournit un échantillon composé d'élèves de cinq classes de Terminale D et cinq classes de Terminale C. L'effectif de cet échantillon ne peut être

---

[28] Le Burkina compte treize (13) régions administratives, Ouagadougou, Bobo-Dioulasso et Koudougou sont des chefs lieux de régions

déterminé d'avance mais peut être estimé à quatre cent (400) élèves si on prend environ 60 élèves par classe de terminale D et tous les élèves des classes de Terminale C[29].

L'enquête par questionnaire se fera auprès de personnes ayant une expérience d'étudiants de filières scientifiques. Deux cent (200) étudiants de première année de la filière sciences et technologies de l'université de Ouagadougou participeront à cette enquête. Ils sont choisis par tirage aléatoire simple sans remise.

L'enquête par questionnaire se fait auprès des enseignants de mathématiques des lycées et collèges et des enseignants de mathématiques de l'université de Ouagadougou. Ainsi tous les enseignants de mathématiques de l'université de Ouagadougou ayant une expérience d'enseignement dans les filières scientifiques font partie de notre échantillon. Les enseignants des lycées et collèges ayant une expérience d'enseignement en classe de terminale D ou C sont concernés par l'enquête par questionnaires. Notre choix s'explique par le fait qu'ils sont à priori ceux à même de donner des informations pertinentes sur les exigences dans l'enseignement des mathématiques à la fin de l'enseignement secondaire. Ils sont sensés connaitre les programmes formels et les programmes réellement exécutés dans les classes. Les enseignants de mathématiques des lycées concernés par notre enquête du côté des élèves font partie de notre échantillon. D'autres enseignants dont les élèves ne participent à l'enquête pourraient s'ajouter à notre échantillon d'enseignants du secondaire.

- **Les entretiens semi-dirigés**

Les entretiens semi-dirigés concerneront les enseignants des deux ordres d'enseignements. Le principe de saturation des données déterminera le nombre d'entretiens à réaliser dans chaque ordre d'enseignement. Des critères comme le nombre d'années d'enseignement des mathématiques dans la filière sciences et technologies, l'ancienneté de service présideront au choix des enseignants du supérieur. De même le nombre d'années d'enseignement des mathématiques en série C et/ou D serviront de

---

[29] Les effectifs des classes de Terminale C sont généralement très faibles, généralement en dessous de la vingtaine.

base au choix des professeurs de mathématiques au lycée. Ces choix sont guidés par la durée d'immersion de ces acteurs dans le processus de transition en mathématique entre le secondaire et le supérieur.

- **L'analyse documentaire**

L'analyse documentaire concernera les programmes de mathématiques et les productions d'apprenants.

Les programmes de mathématiques de Terminale D (TleD) et de Terminale C (TleC) et les programmes d'Algèbre et d'Analyse des premiers et seconds semestres de la filière sciences et technologies de l'université de Ouagadougou font l'objet de la recherche documentaire.

Dans le même sens quatre exercices de niveau de la classe de terminale C et quatre autres du niveau de la classe de terminale D (C et D), notamment des exercices donnés au baccalauréat et en classe et six exercices de première année de licence en sciences et technologie seront analysés.

3.4. Méthodes d'analyse

Pour l'analyse des données recueillies avec les questionnaires, nous avons utilisé le logiciel SPSS. Un codage préliminaire des données est fait pour faciliter leur traitement. Nous produisons ensuite des tableaux (simples et croisés) et des graphiques nécessaires pour l'analyse.

Nous avons utilisé l'analyse de contenu comme méthode d'analyse qualitative des entretiens et des tâches données aux apprenants des différents ordres d'enseignement concernés par notre étude.

L'analyse de données qualitatives est un processus impliquant un effort d'identification des thèmes, de construction d'hypothèses émergeant des données ainsi que de clarification du lien entre les données, les thèmes et les hypothèses conséquentes (Tesch, 1990). Ce processus comprend donc deux moments distincts mais complémentaires : l'organisation des données impliquant une « segmentation » et entraînant une « décontextualisation », d'un côté, et, leur interprétation, ou encore catégorisation, menant à une « recontextualisation », de l'autre (Savoie-Zajc, 2000). Selon Wanlin (2007)[30] l'analyse de contenu comprend la préanalyse, l'exploitation du matériel et le traitement ou interprétation.

La préanalyse comporte entre autres les étapes ci-dessous :

- la lecture flottante pour faire connaissance avec les documents. Il s'agit donc de les lire et de les relire pour tenter de bien saisir leur message apparent.
- le repérage des indices et l'élaboration des indicateurs, où il s'agit de choisir les indices contenus dans le corpus en fonction des hypothèses et de les organiser systématiquement sous forme d'indicateurs précis et fiables
- les opérations de découpage du corpus en unités comparables, de catégorisation pour l'analyse thématique. il s'agit de la « décontextualisation » impliquant que des parties d'entrevues soient physiquement détachées de leur tout originel et regroupés par thèmes.

La phase d'exploitation est cruciale dans l'analyse de contenus. Le but poursuivi est d'appliquer au corpus de données des traitements autorisant l'accès à une signification différente répondant à la problématique mais ne dénaturant pas le contenu initial Walin (1997). Cette deuxième phase consiste surtout à procéder aux opérations de codage, décompte ou énumération en fonction des consignes préalablement formulées. L'exploitation passe par la catégorisation et le codage/décompte des unités significatives. Une grille de catégories sera construite et appliquée. Elle permettra de classifier les éléments constitutifs du corpus par différenciation puis regroupement par genre (analogie) d'après des critères définis afin de fournir, par condensation, une représentation simplifiée des données brutes. Le codage et comptage des unités permettra un traitement statistiques des données.

---

[30] (Wanlin, 2007) : L'analyse de contenu comme méthode d'analyse qualitative d'entretiens : une comparaison entre les traitements manuels et l'utilisation de logiciels

Dans cette recherche les critères sont intimement liés aux représentations, croyances et conceptions, au « saut » dans les méthodes d'enseignement et aux exigences en formalisme et démonstration constituent les grands groupes. Notre grille d'analyse sera construite en recherchant dans les discours et pratiques observées les indicateurs de ses trois grands axes.

Partie2 : Aspects empiriques

Chapitre 4 : Reconstruction du récit de la collecte de données

Dans le chapitre précédent nous avons précisé notre orientation méthodologique globale de recherche et notre démarche de collecte et d'analyse des données.

D'après notre cadre méthodologique, notre public cible se compose d'élèves, d'étudiants des filières scientifiques, d'anciens étudiants des mêmes filières, d'enseignants du secondaire et du supérieur. Les programmes de mathématiques du secondaire et du supérieur, de même que des sujets de mathématiques du baccalauréat et des sujets d'examen à l'université font aussi objet d'analyse.

Nos outils de collecte de données sont le questionnaire, l'entretien semi-dirigé, et l'analyse documentaire.

Dans ce chapitre nous faisons une reconstruction du récit de la collecte des données.

4.1. Des élèves

Les élèves des classes de terminale des filières scientifiques (terminales D et C) constituent une partie de la population cible de cette recherche. Notre plan d'échantillonnage pour cette catégorie a permis de retenir les villes de Bobo-Dioulasso, Koudougou, Boussé, Kaya et Ouagadougou comme villes dans lesquelles les classes seront choisies pour l'étude. Nous tablons au départ pour une classe de terminale D et une classe de terminale C par ville d'étude. Dans nos démarches administratives pour le recueil des données nous avons été confrontés à l'inexistence de la terminale C dans certaines villes retenues. C'est ainsi que nous avons constaté la suppression de la série C à Kaya, son inexistence à Boussé et des effectifs très minces dans les autres villes retenues. Nous avons alors dû retenir deux lycées à Ouagadougou pour augmenter le nombre d'élèves de la série C.

A Koudougou le lycée retenu est le Lycée Provincial de Koudougou (LPK) car étant le seul à disposer d'une classe de terminale C. A Ouagadougou ce sont les lycées Marien N'Gouabi et Philippe Zinda Kaboré qui ont été retenus par tirage au sort parmi les lycées disposant d'une terminale C. A Bobo-Dioulasso c'est le Lycée Ouezzin

Coulibaly qui a été retenu par le même procédé. Dans les villes de Boussé et de Kaya, les lycées provinciaux ont été retenus conformément à notre plan d'échantillonnage.

L'instrument de recherche pour le recueil de données auprès des élèves, d'après notre approche méthodologique, est le questionnaire. Le questionnaire destiné aux élèves a été administré dans la période de janvier à mai 2013. Au lycée Marien N'Gouabi et au Lycée Provincial de Koudougou, le questionnaire a été administré par nous-mêmes. Pour des raisons de calendrier dû aux perturbations de l'année scolaires, l'administration des questionnaires dans les autres lycées s'est faite par les professeurs tenant les classes en l'absence du chercheur.

Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves enquêtés par ville, classe et sexe :

Tableau 5: Répartition des élèves selon la ville et la série

Classes / Villes	Terminale C	Terminale D	Total
Ouagadougou	18	79	97
Koudougou	10	54	64
Kaya	0	44	44
Boussé	0	39	39
Bobo-Dioulasso	9	49	58
Total	37	265	302

Une lecture du tableau ci-dessus donne un effectif total de 302 élèves enquêtés dont 32 de la classe de terminale C et 265 de la classe de terminale D. Cela laisse transparaitre une forte représentativité des élèves de la terminale D, 87,7% des élèves enquêtés sont de cette série. Une prédominance qui peut se justifier par la fermeture de certaines classes de terminale C et la désaffection de la filière de la part des élèves. A titre d'illustration, pendant l'année scolaire 2011-2012 il y avait au niveau national (MESSRS, 2012, p.88-89) 137 élèves de terminale C et 22920 élèves de terminale D.

4.2. Des étudiants

Les étudiants de première année et les anciens étudiants des filières scientifiques constituent le groupe étudiant de notre population cible. Notre approche méthodologique prévoie un échantillon de 200 étudiants choisis au hasard parmi ceux de la première année des filières scientifiques et les anciens étudiants.

L'outil de recueil de données auprès de ce public cible est le questionnaire. L'administration du questionnaire a eu lieu en mars 2013. Des impératifs de plusieurs ordres nous ont contraints à chercher un enquêteur bénévole parmi les étudiants pour l'administration du questionnaire. De ces impératifs nous citons le calendrier universitaire perturbé du fait des crises sociales sur le campus, le non respect des emplois de temps et le manque de salle de cours. A plusieurs reprises nous avons manqué le rendez-vous avec la cohorte d'étudiants de première année. Le choix d'un de leurs pairs pour le recueil des données auprès des étudiants a eu le mérite de nous offrir un fort taux de recouvrement. Le tableau ci-dessous donne la répartition des étudiants enquêtés par filières d'études et par ancienneté.

Tableau 6: Répartition des étudiants selon la filière et le statut de redoublant de première année

<table>
<tr><th>Situations / Filières</th><th>Pas de réponse</th><th>A redoublé la première année</th><th>N'a pas redoublé la première année</th><th colspan="2">Total</th></tr>
<tr><td>Anciens étudiants</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>6</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Maths-Physique</td><td>5</td><td>4</td><td>16</td><td>25</td><td rowspan="4">60</td></tr>
<tr><td>Maths-Physique-Chimie</td><td>5</td><td>4</td><td>8</td><td>17</td></tr>
<tr><td>Physique-Chimie</td><td>0</td><td>1</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>Chimie-Biologie-Biochimie-Géologie</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Sciences et Technologies</td><td>12</td><td>8</td><td>65</td><td>85</td><td>85</td></tr>
<tr><td>Total</td><td>25</td><td>19</td><td>97</td><td>141</td><td>141</td></tr>
</table>

Ce tableau indique qu'il y a dans l'échantillon six (6) anciens étudiants, quatre vingt cinq (85) de première année (Sciences et Technologies) et soixante (60) autres étudiants des filières scientifiques. Le nombre d'anciens étudiants parait peu élevé. Cela est dû à la difficulté que nous avons eu pour les retrouver et au nombre de questionnaires non retournés. Nos démarches pour les retrouver ont révélé que la plupart des anciens étudiants des filières scientifiques se retrouvent dans les secteurs d'enseignement, aussi bien au secondaire qu'au supérieur. Certains de ces derniers ont participé à la recherche en tant qu'enseignant. La proportion d'étudiants qui ne sont pas en première année pallie un tant soit peu au nombre peu élevé d'anciens étudiants.

4.3. Des enseignants du secondaire

Les enseignants de mathématiques du secondaire sont des acteurs situés en amont de la transition secondaire/supérieur et sont de ce fait concernés par notre recherche.

Notre approche méthodologique prévoit deux outils de recueil de données auprès de cette partie de notre public cible : le questionnaire et l'entretien semi-dirigé.

Les enseignants de mathématiques du secondaire ayant l'expérience d'enseignement en classe de terminale D et C font partie de notre échantillon. Notre échantillonnage retient les enseignants de mathématiques des lycées retenus pour le choix des élèves.

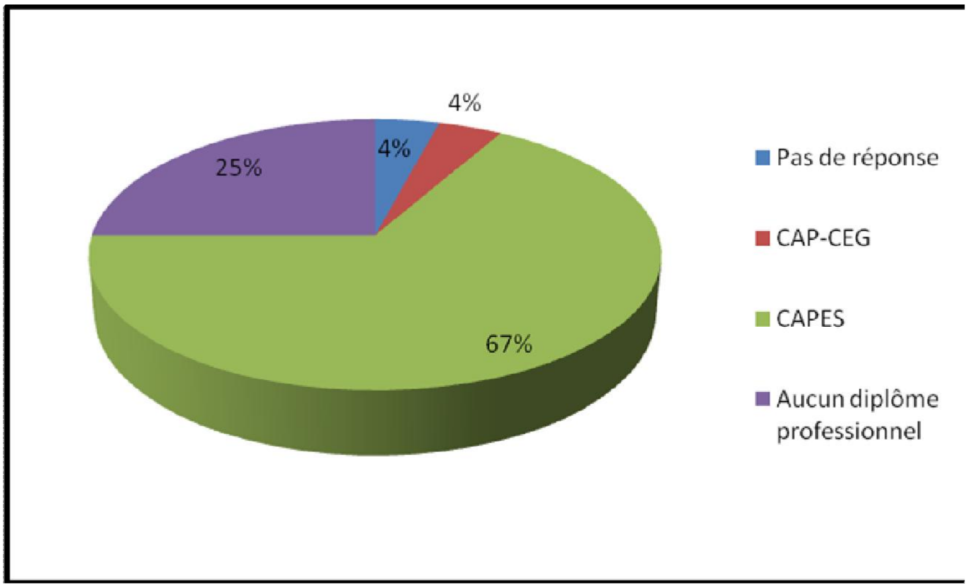
L'enquête par questionnaire s'est déroulée pendant la période de janvier à juillet 2013. Dans les lycées retenus pour le choix des élèves, l'administration du questionnaire des enseignants et des élèves s'est réalisée au même moment. Le dépouillement de ces questionnaires a révélé un faible nombre d'enseignants. Nous avons donc décidé d'élargir notre échantillon en enquêtant auprès d'autres enseignants de mathématiques lors de la session du Baccalauréat 2012 à Koudougou et à Ouahigouya. Le tableau ci-dessous donne la répartition des enseignants enquêtés selon le lieu de résidence et l'ancienneté de service.

Tableau 7: Répartition des enseignants du secondaire selon le diplôme académique et le domaine de formation

Spécialités / Diplômes	Pas de réponses	Biologie	économie	enseignement des mathématiques	mathématiques	Total
Pas de réponses	1	0	0	0	0	1
DEUG	1	2	0	0	2	5
LICENCE	0	0	0	1	3	4
MAITRISE	0	0	0	0	1	1
MASTER OU DEA	1	0	8	1	3	13
Total	3	2	8	2	9	24

Ce tableau indique que plus de la moitié des enquêtés ont un niveau académique élevé (Master ou DEA). On retient que la plupart des enseignants sont de formation académique en mathématiques ou en économie. Cela montre que les professeurs qui tiennent les classes de terminale scientifique font partie des enseignants des plus diplômés tant sur le plan académique que sur le plan professionnel.

Le graphique suivant donne la répartition des enseignants enquêtés selon le diplôme professionnel.



Graphique 1: Répartition des enseignants du secondaire selon le diplôme professionnel

Ce graphique montre que plus des deux tiers des enquêtés ont le certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement secondaire (CAPES), diplôme délivré après une formation concluante à l'école normale supérieure de l'université de Koudougou ou par examen professionnel après une certaine ancienneté das l'enseignement. Plus du quart des enquêtés n'ont pas de diplôme professionnel pour l'enseignement des mathématiques. Nous notons au passage qu'il existe dans l'enseignement secondaire trois catégories d'enseignants : les professeurs des collèges d'enseignement général et les professeurs des lycées et collèges. Dans chacune des catégories il y a les professeurs certifiés titulaires du CAP ou CAPES, les professeurs non certifiés constitués des professeurs issus des recrutements directs et des professeurs vacataires. Particulièrement en mathématiques, le manque crucial d'enseignants a favorisé l'abondante présence d'enseignants sans formation initiale. Notre échantillon au regard de ce qui précède a de la qualité.

L'entretien semi-dirigé est aussi un des outils utilisés pour le recueil de données auprès des enseignants du secondaire. Ces entretiens ont concerné des professeurs ayant l'expérience de l'enseignement dans les classes de terminale D et C de la ville de Ouagadougou, Koudougou et Kaya. Ils ont été faits après le dépouillement des questionnaires destinés aux élèves dans les villes de Ouagadougou, Koudougou et Kaya.

Le principe était la saturation des données, nous avons réalisés cinq entretiens avec les enseignants du secondaire.

Le tableau ci-dessous donne les caractéristiques de chaque enseignant enquêté : ancienneté de service, nombre d'années passées dans les séries scientifiques. Pour les commodités de traitement des données nous avons désigné ces enseignants par le pseudonyme professeur_n°x ; x donnant l'ordre de l'entretien avec l'intéressé dans la série d'entretiens réalisés avec les enseignants du secondaire.

Tableau 8: Classes de séries scientifiques tenues et ancienneté de service des enseignants interviewés

Ancienneté / Enseignant	Ancienneté générale de service	Nombre d'années d'enseignement en classe de				
		2nde C	1ère D	1ère C	Tle D	Tle C
Professeur_n°1	14	4	4	0	2	0
Professeur_n°2	10	10	10	3	9	3
Professeur_n°3	20	18	14	2	10	2
Professeur_n°4	20	20	18	0	20	0
Professeur_n°5	12	3	2	2	4	3

Il ressort de ce tableau que les enseignants interviewés ont une grande expérience d'enseignement dans les filières scientifiques du secondaire. Cela montre également que ce sont des enseignants d'une grande expérience qui tiennent les classes de terminale scientifique. Ils sont à même d'apporter des informations pouvant éclairer notre étude.

4.4. Des enseignants du supérieur

Au même titre que les enseignants de mathématiques du secondaire, ceux du supérieur font partie de notre population cible. Notre approche méthodologique prévoit deux outils que sont l'enquête par questionnaire et l'entretien semi-dirigé pour ce groupe.

Notre échantillon est constitué de tous les enseignants de mathématiques du supérieur pour le questionnaire. Des difficultés diverses n'ont pas permis l'administration d'un nombre significatif de questionnaires au niveau des enseignants du supérieur.

Les enseignants du supérieur interviewés sont désignés sous les pseudonymes enseignant_n°x ; x donnant l'ordre de l'entretien avec l'intéressé dans la série d'entretiens réalisés avec les enseignants du supérieur. Au total, quatre enseignants du supérieur ont été interviewés. Le tableau ci-dessus donne quelques détails sur ces enseignants.

Tableau 9: Ancienneté des enseignants du supérieur enquêtés

Ancienneté Enseignant	Ancienneté générale de service	Nombre d'années d'enseignement dans les filières scientifiques
		Algèbre et analyse
Enseignant_n°1	15	15
Enseignant_n°2	25	20
Enseignant_n°3	12	12
Enseignant_n°4	10	10

4.5. De l'analyse de documents et de tâches données aux apprenants

D'après notre cadre méthodologique, les programmes de mathématiques en vigueur dans l'enseignement secondaire et à l'enseignement supérieur font partie des documents à analyser. Des tâches proposées aux élèves et aux étudiants doivent aussi faire l'objet d'une analyse à priori.

Pour les programmes, l'analyse est faite sur les programmes officiels du secondaire et de première année des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou. Elle a porté sur la liaison tant dans les contenus que dans les exigences en formalisme et en démonstration.

Des exercices contenus dans les sujets de mathématiques du Baccalauréat de la période 2011-2013 et des exercices données en classe de terminale sont les tâches proposées aux élèves des séries C et D qui ont été choisies pour l'analyse. Des examens des semestres 1 et 2 de licence, ainsi que des exercices donnés en Travaux dirigés durant ces semestres dans la filière sciences et technologies de l'université de Ouagadougou sont les tâches proposées aux étudiants de première année à analyser.

Chapitre 5 : Analyse des données

Les principaux axes de notre analyse reposent sur nos hypothèses. En rappel, la première hypothèse indexe les ruptures entre les programmes et méthodes d'enseignement du secondaire et du supérieur comme une des causes de l'échec des étudiants de première année. La seconde hypothèse met les croyances, représentations et conceptions des acteurs à propos des mathématiques et de leur enseignement comme une autre cause d'échec des étudiants de première année. Quant à la troisième hypothèse, elle trouve les ruptures dans les exigences en formalisme et en démonstration comme cause d'échec.

L'analyse des données obtenues par les questionnaires a été faite à l'aide des méthodes statistiques quantitatives par le biais de SPSS statistics. Les questions ouvertes accompagnant certaines questions fermées évoquent les raisons avancées par les enquêtés pour certaines réponses. Les réponses à ces questions aident à la compréhension de certaines positions défendues par les acteurs.

L'analyse des données quantitatives issues des questionnaires est complétée par celle des données qualitatives issues des entretiens et de l'analyse documentaire.

L'analyse des données issues des entretiens semi-dirigés s'est faite à l'aide du logiciel SONAL. Ce logiciel de gestion de matériaux qualitatifs pour la recherche sociologique permet l'archivage et la retranscription d'enregistrement audio ou vidéo. Ce logiciel offre quatre angles d'analyse d'un corpus issue d'enregistrement audio ou vidéo :

- **l'angle thématique :** recensement de tous les extraits portant sur un sujet donné et provenant d'entretiens de tel ou tel type;
- **l'angle lexicométrique :** l'étude du vocabulaire spécifique de ces extraits;
- **l'angle chronométrique :** l'analyse des temps de paroles ;
- **l'angle débitmétrique** (en prévision) : le décompte du nombre de mots par minutes, les accélérations, les ralentissements

Le plan d'analyse thématique est celui que nous avons retenu pour notre étude conformément à notre plan méthodologique général. Nous désignons les enseignants du secondaire interviewés par les pseudonymes de « professeur _n°x» x étant un numéro qui donne le rang de l'enquêté dans l'ordre chronologique des entretiens. Pour les enseignants du supérieur le même système est utilisé mais « enseignant_n°x » est utilisé à la place de professeur. Le choix des termes « enseignant » et « professeur » sont un choix arbitraire du chercheur pour différencier les interviewés et donner un ordre chronologique à l'enquête par entretien.

L'analyse documentaire consistera en une analyse thématique des programmes de mathématiques du secondaire et du supérieur.

Pour des raisons d'allègement du texte, l'adjectif « secondaire » sera utilisé pour caractériser ce qui est relatif à l'enseignement secondaire et l'adjectif « supérieur » pour l'enseignement supérieur. Le terme apprenant désignera dans la suite indifféremment élève et étudiant et le terme enseignant désignera indifféremment enseignant du secondaire et du supérieur.

5.1. Des ruptures entre le secondaire et le supérieur dans les méthodes et les programmes d'enseignement

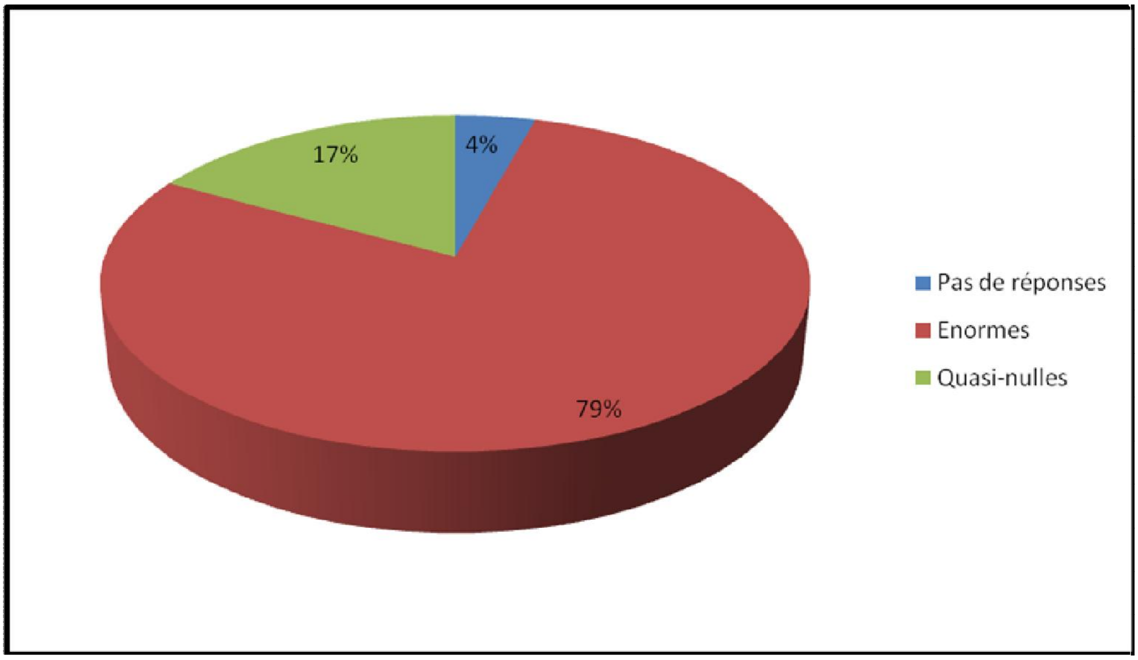
La place de la rupture entre le secondaire et le supérieur dans les méthodes et les programmes d'enseignement dans l'échec massif des étudiants à la transition secondaire/supérieur est un volet de notre recherche. Les participants à la recherche ont eu à donner leur point de vue en répondant à des questions par le biais des questionnaires d'enquêtes (étudiants, enseignants du secondaire et du supérieur) ou celui des entretiens semi-dirigés (enseignants du secondaire et du supérieur).

Dans les lignes qui suivent nous présentons les points de vue des enquêtés à travers les données recueillies avant d'en faire l'interprétation.

5.1.1. Force de la rupture dans les programmes et les méthodes d'enseignement

Point de vue des étudiants

L'item 7 du questionnaire des étudiants les invitait à donner un jugement sur les différences dans les méthodes d'enseignement des professeurs de mathématiques entre le secondaire et le supérieur. Ils avaient à choisir entre les qualificatifs « très énormes » et « quasi-nulles » pour ces différences. Le graphique ci-dessous donne la réalité du décalage dans les méthodes selon les étudiants.



Graphique 2: Degré de décalage dans les méthodes et techniques d'enseignement selon les étudiants

Le graphique ci-dessus indique que la majorité des étudiants interrogés (près de 80%) affirment que les différences dans la manière d'enseigner entre le secondaire et le supérieur sont énormes. L'organisation des cours par modules, le cours magistral avec prise de notes, l'organisation des examens, les travaux dirigés sont entre autres les différences citées par les étudiants.

Mais quel est le point de vue des enseignants du secondaire et du supérieur sur ce décalage dans les méthodes d'enseignements ?

Point de vue des enseignants du secondaire

Lors des entretiens les enseignants des lycées confirment les divergences dans les méthodes d'enseignement du secondaire et du supérieur.

Invités à donner le taux d'utilisation du cours magistral dans leur pratique de classe, ils ont dans leur large majorité, mis en relief une pratique moyenne du cours magistral au secondaire. 3 enseignants sur 24 ne pratiquent pas du tout le cours magistral. 14 enseignants sur 24 pratiquent le cours magistral à part égal avec les autres méthodes d'enseignement. 2 enseignants sur 24 utilisent le cours magistral dans les trois quarts de leur pratique de classe.

La pratique du cours magistral se situe donc en dessous de la moyenne conformément (pas totalement) aux instructions officielles. Les programmes de mathématiques préconisent dans les instructions officielles la pratique de la méthode active.

Les enseignants du secondaire interviewés évoquent une totale cassure entre les méthodes employées dans le secondaire et supérieur. Le cours magistral et le travail dirigé sont des nouveautés pour les étudiants qui doivent impérativement s'adapter sous peine d'échecs. Les professeurs interviewés reviennent sur ces aspects. Les propos du professeur n°4 à ce sujet illustre la réalité de la divergence :

> […] au supérieur ils [les étudiants] deviennent des "chercheurs". Le cours est donné comme si les étudiants étaient des chercheurs. On fait le cours dans ce sens. Alors qu'au secondaire ici, ce sont des gens qu'on canalise en leur donnant des méthodes, tandis qu'au supérieur, ils sont abandonnés à eux-mêmes.

Le professeur parle d'étudiants abandonnés à eux-mêmes, et qui doivent se déployer comme des chercheurs s'ils veulent apprendre.

Point de vue des enseignants du supérieur

Les enseignants du supérieur partagent le même point de vue quant au décalage important dans les méthodes d'enseignement entre les deux ordres d'enseignement. L'enseignant n°2 dira à ce propos que :

> Il y a un changement d'environnement de travail, de méthodes de travail et de méthodologie; il y a déjà les cours théoriques, les travaux dirigés. Il y a un changement de rythme de travail. Ce changement est brusque et l'apprentissage demande du temps.

Les changements de rythme et de méthodes de travail sont mis en exergue dans ces propos. Un changement qu'il qualifie de brusque.

Parlant des programmes, la nécessité d'une concertation entre enseignants des deux ordres d'enseignement sur la continuité des programmes d'enseignement est évoquée par l'enseignant_n°2 lorsqu'il dit que :

> Il faut une concertation entre les enseignants du secondaire et ceux du supérieur, qu'ils regardent les programmes ensemble, pour voir qu'est ce qui manque. Il faut qu'il y ait concertation pour assurer la continuité dans les programmes.

Il pense néanmoins que la discontinuité est moins frappante entre les programmes de terminale C et ceux du supérieur. Ces propos laissent voir qu'il y a une certaine continuité entre les programmes de la série C et ceux de l'université. Or nous savons qu'il y a un grand écart entre les programmes de la série C et ceux de la série D. On pourrait alors conclure qu'il existe un fossé entre les programmes de la série D et ceux de l'université. Autrement dit, les étudiants en provenance de la terminale D sont mal préparés pour affronter les mathématiques de la première année des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou.

L'enseignant_n°3 renchérit en ces termes :

> […] pour ce que je savais, c'est que quand tu quittais le secondaire et tu arrivais à l'université en série mathématique, on sentait un fossé total, c'est à dire c'est comme si tu as sauté une classe, et je n'ai pas du tout apprécié. [..] Il n y a pas de continuité dans les programmes d'enseignement.

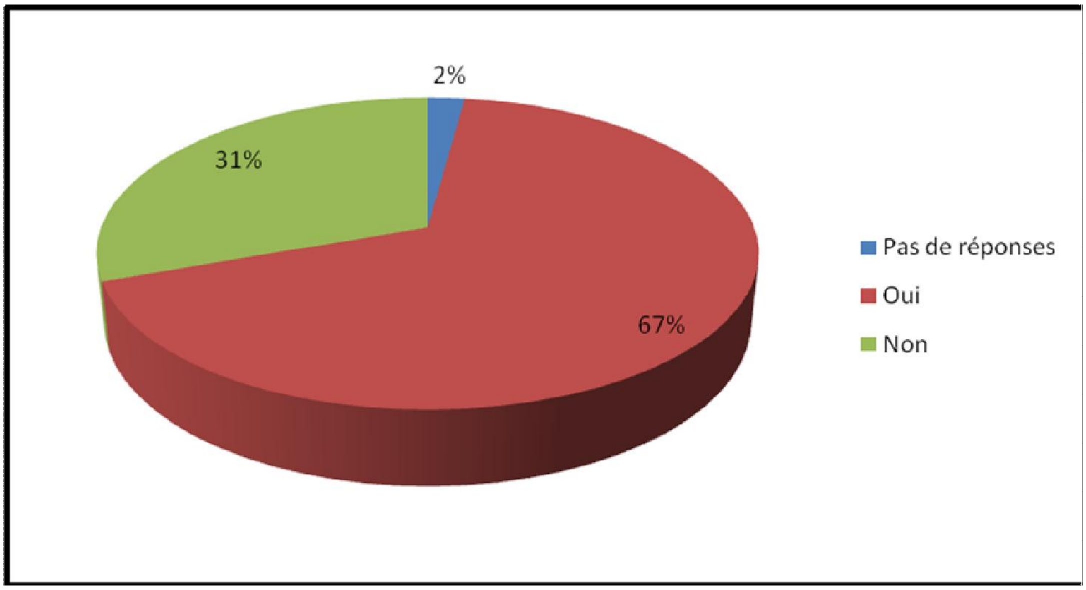
On résume que les enseignants du supérieur, se basant sur ce qu'ils connaissaient des programmes du secondaire, confirment une rupture entre les programmes de mathématiques du secondaire, notamment de la série D et de première année des filières scientifiques.

Dans le paragraphe qui suit, nous analyserons les points de vue des enquêtés sur la place de la divergence des méthodes d'enseignement dans l'échec des étudiants en première année des filières scientifiques.

5.1.2. Rupture dans les méthodes d'enseignement et échec des étudiants

Point de vue des étudiants

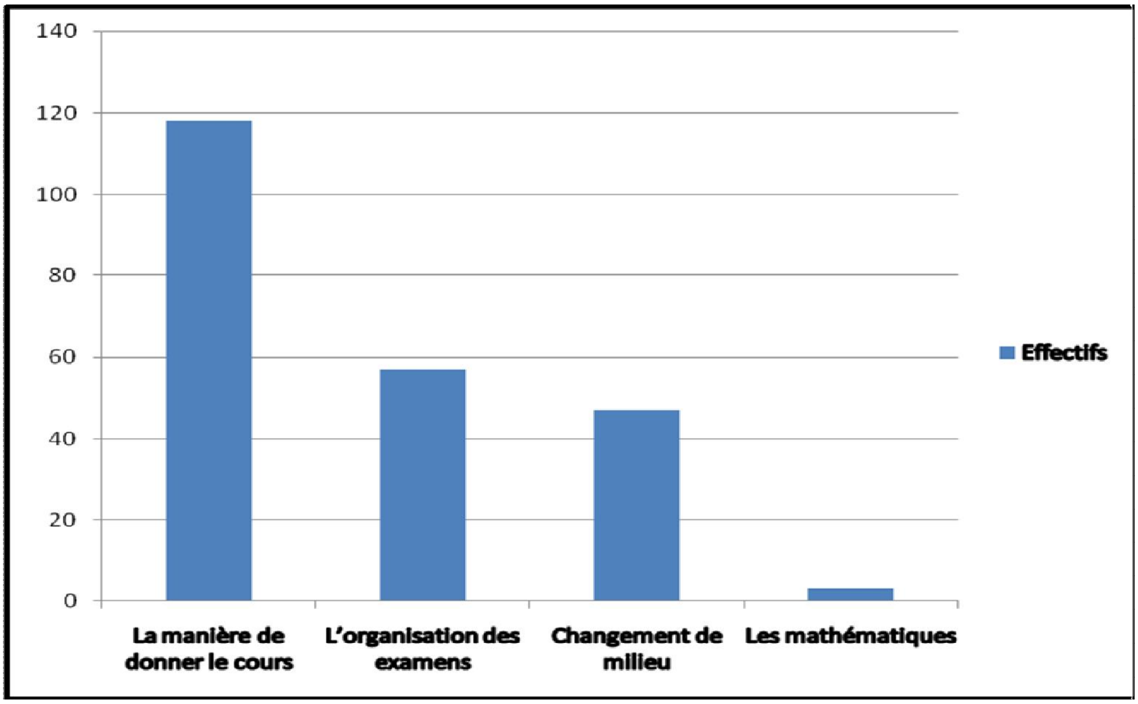
La place du décalage entre les méthodes d'enseignement et les difficultés que vivent les étudiants en première année a été évoquée aux items 6 du questionnaire des étudiants.



Graphique 3: Lien entre le décalage dans les méthodes d'enseignement et les difficultés en mathématiques selon les étudiants

Le graphique ci-dessus montre que plus des deux tiers des étudiants enquêtés considèrent le décalage dans les méthodes d'enseignement comme une des sources de difficulté dans l'apprentissage des mathématiques en première année.

Interrogés sur les changements qui leur créent le plus de difficultés dans la transition (item 8), les étudiants placent la manière de donner le cours en tête. Le graphique ci-dessous résume leurs réponses :

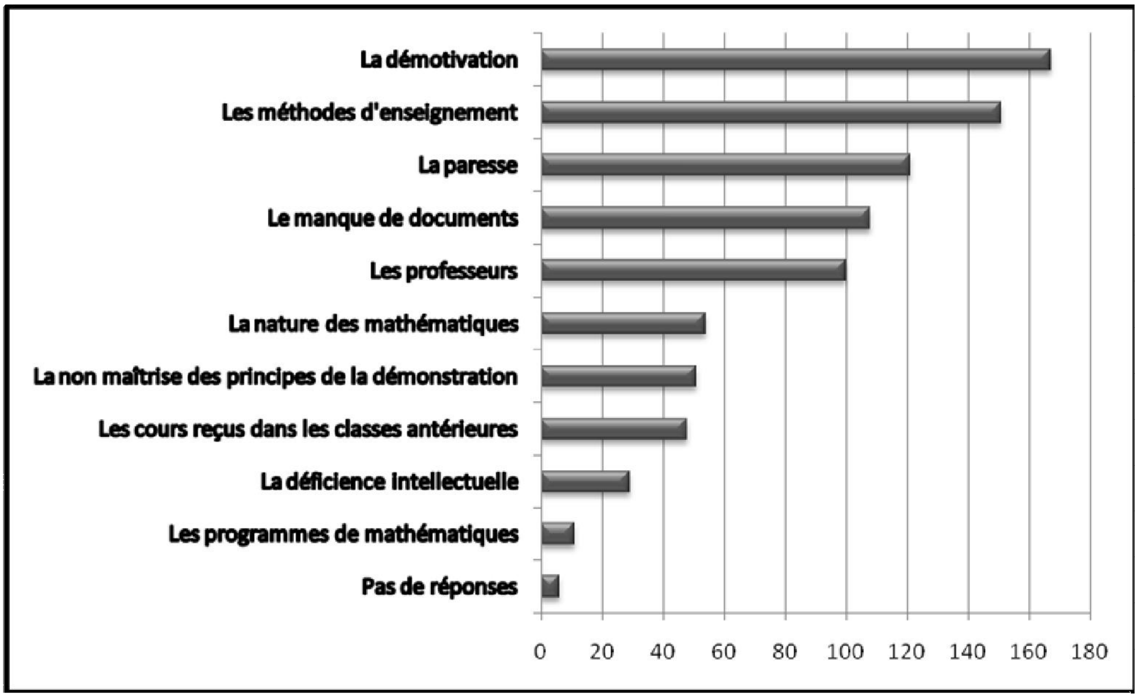


Graphique 4: Occurrences des changements créant le plus de difficultés dans l'apprentissage des mathématiques selon les étudiants

Le graphique ci-dessus illustre la place qu'occupent les méthodes d'enseignement dans les changements causant le plus de difficultés aux étudiants. 83,69 % des étudiants imputent les difficultés à la manière de donner les cours. Cela signifie clairement que les étudiants trouvent une rupture entre les méthodes d'enseignement des mathématiques au secondaire et celles du supérieur.

De même l'item 3 du questionnaire étudiant porte sur la classification des facteurs tenus pour responsables de leur difficultés en mathématiques en première année. Les facteurs suivants ont été proposés aux étudiants : la paresse, la démotivation, les professeurs, la nature des mathématiques, la déficience intellectuelle, les programmes de mathématiques, la non maîtrise des principes de la démonstration, le manque de documents, les méthodes d'enseignement et les cours reçus dans les classes antérieures. La consigne consistait à classer les trois facteurs qu'ils jugeaient les plus responsables des difficultés dans la transition. Pour le besoin de l'analyse, nous avons attribué 3 points pour le premier rang, 2 points pour le deuxième et 1 point pour le troisième rang.

Le graphique ci-dessous résume, dans l'ordre croissant, le nombre de points obtenus par chaque facteur, dans les réponses des étudiants



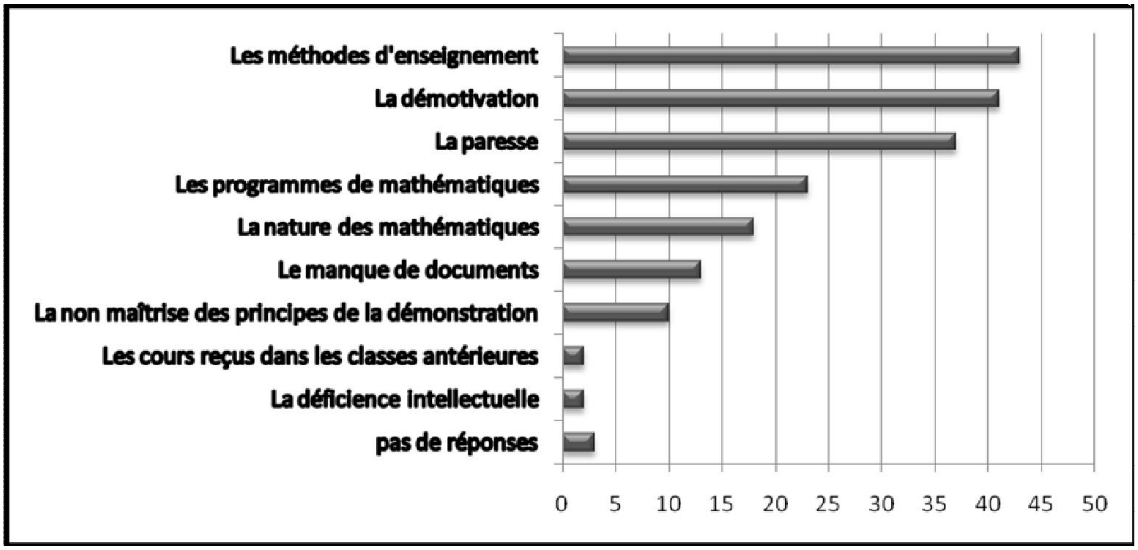
Graphique 5: Classification des facteurs de difficultés par les étudiants

Le graphique est riche en enseignement. Il montre que les méthodes d'enseignements arrivent en deuxième position des facteurs causant le plus de difficultés selon les étudiants avec 151 points, juste derrière la démotivation. Sachant que la démotivation, comme la paresse, qui sont dans le trio de tête, peuvent être liées aux méthodes d'enseignement, nous pouvons penser que les méthodes d'enseignement constituent un facteur majeur dans les difficultés de la transition secondaire/supérieur selon les étudiants.

Point de vue des professeurs du secondaire

L'item 8 du questionnaire des enseignants du secondaire porte sur l'opinion qui place le décalage dans les méthodes d'enseignement comme difficultés chez les étudiants. La quasi-totalité des enseignants de l'échantillon (23 enseignants sur 24 enquêtés) partage cette opinion.

Les enseignants du secondaire ont été sollicités pour classer les trois premiers facteurs expliquant les difficultés des étudiants dans la transition secondaire/supérieur, parmi la paresse, la démotivation, la nature des mathématiques, la déficience intellectuelle, les programmes de mathématiques, la non maîtrise des principes de la démonstration, le manque de documents, les méthodes d'enseignement et les cours reçus dans les classes antérieures. Le dépouillement a conduit au graphique suivant, où le total de points est obtenu par pondération des rangs de 3 à 1 :



Graphique 6: Classement des facteurs de difficultés dans la transition selon les enseignants du secondaire

Ce graphique donne le classement suivant les points obtenus des différents facteurs de difficultés proposées aux enseignants du secondaire dans l'ordre décroissant : les méthodes d'enseignement, la démotivation, la paresse, les programmes d'enseignement, la nature des mathématiques, le manque de documents, la non maîtrise des principes de la démonstration, les cours reçus dans les classes antérieures et la déficience intellectuelle. Les méthodes d'enseignement arrivent en première position de l'avis des enseignants du secondaire. C'est dire que les méthodes d'enseignement constituent une source de difficultés dans la transition secondaire/supérieur selon les enseignants du secondaire.

Ce constat est confirmé par des entretiens réalisés avec les enseignants du secondaire. Certaines réponses sont sans équivoques. Le professeur_n°4 en réponse à la question n°4 de l'entretien portant sur les facteurs de difficultés dit ceci: « Les difficultés sont dues aux deux méthodes d'enseignement […..] Les difficultés sont liées aux différences dans les méthodes d'enseignement entre les deux systèmes. ».

Les différences dans la manière d'enseigner sont aussi épinglées par les enseignants comme causes d'échecs chez les étudiants dans la transition secondaire/supérieur.

Point de vue des enseignants du supérieur

Les enseignants d'université interviewés sont unanimes que des changements au niveau de la méthodologie et de l'évaluation sont une des sources des difficultés des étudiants arrivant directement du lycée. La pédagogie des grands groupes utilisée au supérieur pour la gestion des grands effectifs est indexée. L'enseignant n°2 dira à ce propos que « Il y a également le nombre massif. Il y a les grands groupes et la pédagogie des grands groupes, la prise des notes pose problèmes ». Pour lui les étudiants ne sont pas habitués à la prise de notes et l'adaptation à l'université est une source de difficultés pour les apprenants.

5.1.3. Difficultés liées à la rupture dans les programmes d'enseignement du point de vue des acteurs

Les effets de la rupture dans les programmes d'enseignement entre le secondaire et le supérieur chez les acteurs de la transition est un des indicateurs de notre recherche. Dans ce paragraphe, nous analysons les réponses des enquêtés relatives au décalage dans les programmes d'enseignement entre le secondaire et le supérieur.

Point de vue des professeurs du secondaire

Le graphique 6 précédent montre que les programmes de mathématiques sont classés en quatrième position des facteurs de difficultés par les enseignants après les méthodes d'enseignement, la démotivation et la paresse. C'est dire que les programmes d'enseignement constituent une source de difficultés dans la transition secondaire/supérieur selon les enseignants.

Parlant de discontinuité dans les contenus enseignés au secondaire et au supérieur le professeur_n°1 dit :

> Il y a une certaine rupture dans la continuité des mathématiques au secondaires et des mathématiques au supérieur de sorte qu'à un moment donné, l'élève qui quitte sa terminale et qui va en première année se demande "est ce que c'est des mathématiques que je suis en train de faire " ou encore il ne voit vraiment pas comment il va utiliser ses connaissances du secondaire pour comprendre ce qu'on est en train de faire parce que pour lui c'est totalement nouveau.

Dans ces propos, la discontinuité est affirmée et les difficultés pour les étudiants sont exprimées en termes de désorientation et d'insuffisance de préréquis pour comprendre les contenus mathématiques de première année. L'enjeu de l'articulation entre savoirs anciens et savoirs nouveaux est mis en évidence par ce professeur.

Interrogé sur la suffisance de la préparation des élèves pour les études supérieures en mathématiques, le professeur n°1 dit qu'ils ont une connaissance des contenus enseignés en première année et la conscience que les mathématiques enseignées au secondaire ne prennent pas en compte ces contenus, mais que ce sont les programmes de mathématiques du secondaire qui sont la contrainte dans ce cas.

Le professeur n°2 renchérit dans ce sens en disant :

> […] les difficultés peuvent s'expliquer par le fait qu'il n'y a pas une véritable congruence entre les programmes de mathématiques du secondaire et du supérieur. Parce que quand on était à l'université je me rappelle qu'en première année ce que nous faisions en première année n'est pas enseigné au secondaire comme ça. Quand tu arrives à l'université ça te met dans l'embarras total. Pour comprendre les mathématiques de l'université il te faut deux ans.

La congruence des programmes de mathématiques du secondaire et du supérieur est mise en cause. L'étudiant se retrouve dans l'obligation de redoublement pour comprendre ce qui est enseigné. Ce point de vue qui peut être reversé dans les représentations n'est pas un cas isolé. Durant nos investigations, des entretiens informels avec certains anciens élèves devenus étudiants au campus expliquent leur orientation vers d'autres filières par le fait que s'orienter dans les filières scientifiques était une garantie de redoubler la première année.

Point de vue des enseignants du supérieur

Sur la continuité des programmes, les enseignants du supérieur interviewés sont d'avis qu'il n'y a pas de continuité réelle même si certains nuancent leur point de vue. Sur les contenus, sources de difficulté pour les étudiants en première année, l'algèbre est indexée. L'enseignant_n°2 dira à ce propos : « Il faut dire qu'au lycée, ils ne font plus beaucoup d'algèbre, donc le fait qu'ils ne font pas de l'algèbre au lycée est une partie essentielle de la difficulté ». Il évoque les changements de programmes des années 90 du dernier siècle qui ont vu la suppression des notions de groupe et d'espace vectoriel du programme du secondaire au Burkina Faso. Par ailleurs la continuité semble plus assurée pour les programmes de la terminale C que ceux de la terminale D.

L'entretien avec les enseignants des deux ordres d'enseignement montre une connaissance insuffisante des programmes en vigueur chez les uns par les autres. Les enseignants du secondaire évoquent les programmes de mathématiques du temps où ils étaient à l'université tandis que les enseignants du supérieur ne semblent pas être au courant de certains changements intervenus dans les programmes de mathématiques du secondaire.

5.2. Des représentations des acteurs à propos de l'enseignement/apprentissage des mathématiques

La recherche du lien entre les représentations des acteurs à l'égard des mathématiques et l'échec massif des étudiants en première année des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou est un des objectif de notre recherche. Dans ce sens, différentes questions tendant à mettre en évidence les représentations, les croyances et conceptions des acteurs à l'égard des mathématiques et de leur enseignement/apprentissage ont été posées dans les questionnaires ou dans les entretiens semi-dirigés en lien avec les échecs en mathématiques des étudiants de première année des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou.

Dans cette section, nous analyserons les données recueillies.

5.2.1. Les mathématiques, une matière inaccessible ?

L'inaccessibilité des mathématiques est un des indicateurs des représentations que nous avons retenu pour notre recherche. Les mathématiques sont souvent considérées à tort ou à raison comme une matière difficile. De même, on a souvent entendu certains apprenants dire qu'ils ne peuvent pas réussir en mathématiques, autour d'une difficulté rencontrée. Ces indices d'inaccessibilité des mathématiques ont été recherchées auprès de notre population cible. Nous présentons les différents points de vue par catégorie d'acteurs.

Point de vue des élèves

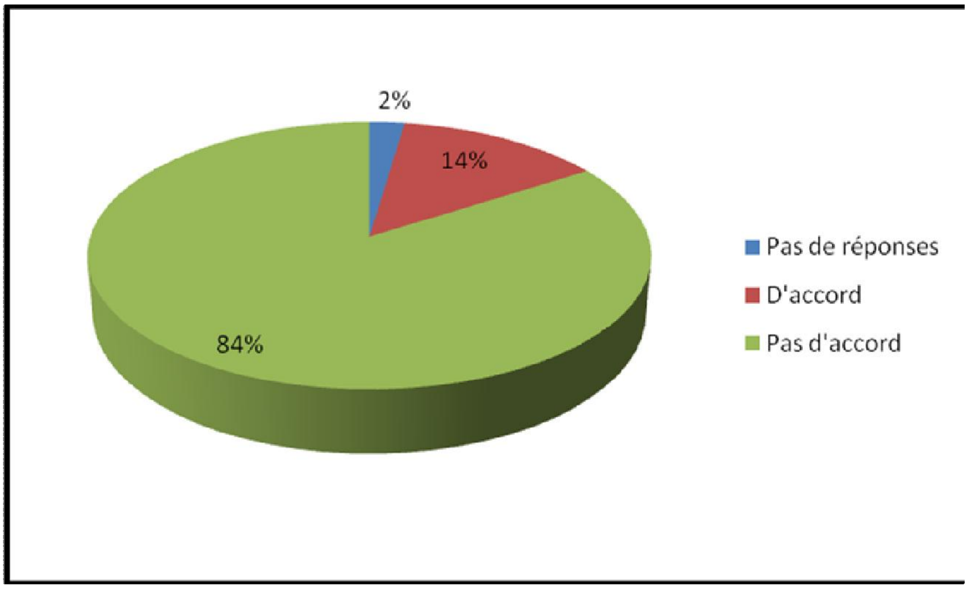
L'item 1 du questionnaire des élèves portait sur la difficulté des mathématiques. Ils avaient à choisir les degrés suivant : très facile, facile, ni facile ni difficile, difficile et très difficile. Le tableau ci-dessous donne la répartition, résume la position des enquêtés.

Tableau 10: Degré de difficulté des mathématiques selon les élèves

Degré de difficulté		Effectifs	Pourcentage	
Facile	Très facile	2	0,7	13,6
	Facile	39	12,9	
Ni facile, ni difficile	Ni facile, ni difficile	188	62,3	62,3
Difficile	Difficile	63	20,9	24,2
	Très difficile	10	3,3	
	Total	302	100,0	

On constate que plus de la moitié des élèves enquêtés (62%) trouvent que les mathématiques constituent une matière ni facile, ni difficile ; 13,6% de ces élèves trouvent les mathématiques faciles à très facile tandis que 24,2 % les trouvent difficiles. Ces chiffres montrent qu'il y a une proportion plus élevée d'élèves ayant une vision des mathématiques comme matière difficile que d'élèves ayant une vision des mathématiques comme matière facile. D'ailleurs invités à donner des raisons de leur choix relatif à la difficulté des mathématiques, la nécessité de s'efforcer, de s'exercer régulièrement, d'avoir une bonne base et la volonté de réussir ressortent des questionnaires.

Il n'est pas rare d'entendre certains apprenants dire qu'ils ne peuvent pas réussir en mathématiques. L'item 2 du questionnaire destiné aux élèves recherchait leur réaction à la position de certains de leurs camarades qui jugent qu'ils ne peuvent pas réussir en mathématiques. Le graphique ci-dessous donne la position des élèves enquêtés sur cette question.



Graphique 7: Opinions des élèves sur l'impossibilité de réussir en mathématiques

Le graphique ci-dessus montre que dans leur majorité (84% des enquêtés) les élèves rejettent cette opinion selon laquelle on ne peut pas réussir en mathématiques. Ainsi une large majorité des élèves pense que tout élève peut réussir en mathématiques.

Point de vue des étudiants

Sur l'inaccessibilité des mathématiques, les indices de difficultés et de fatalité dans l'échec ont été aussi recueillis auprès des étudiants à travers les items 1 et 2 de leur questionnaire. Sur la difficulté des mathématiques le dépouillement des questionnaires renseignés donne les résultats consignés dans le tableau ci-dessous :

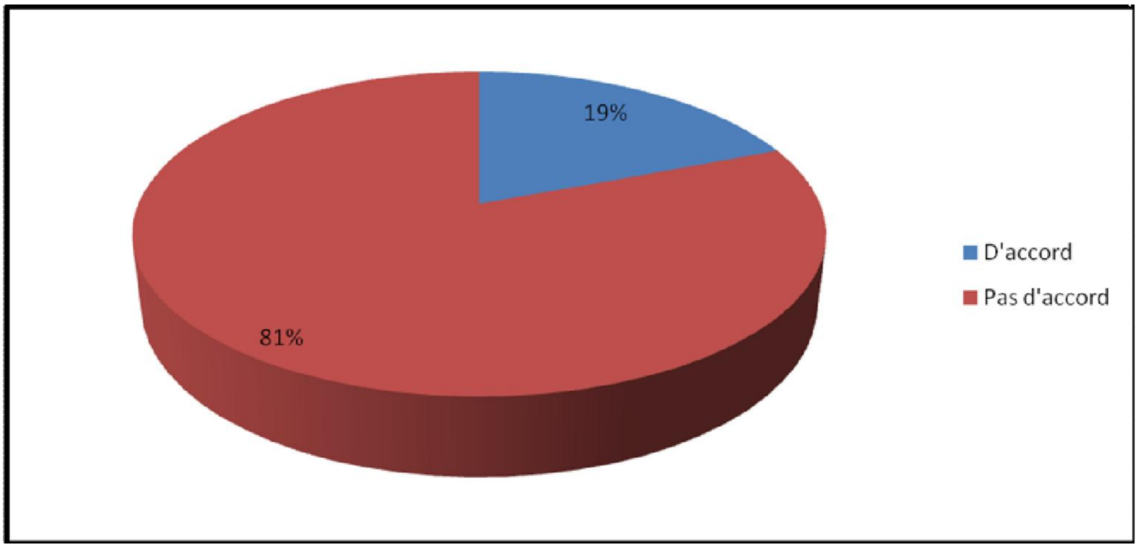
Tableau 11: Difficultés des mathématiques selon les étudiants

<table>
<tr><th colspan="2">Degré de difficultés</th><th>Effectifs</th><th>Pourcentage</th></tr>
<tr><td>Pas de réponse</td><td>Pas de réponse</td><td>1</td><td>0,7</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Facile</td><td>Très facile</td><td>3</td><td rowspan="2">10,6</td></tr>
<tr><td>facile</td><td>12</td></tr>
<tr><td>Pas d’opinion tranchée</td><td>ni facile, ni difficile</td><td>82</td><td>58,2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">difficile</td><td>difficile</td><td>42</td><td rowspan="2">30,5</td></tr>
<tr><td>Très difficile</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>Total</td><td>141</td><td>100,0</td></tr>
</table>

Le tableau montre des résultats similaires à ceux des élèves. Les étudiants ont choisi majoritairement la situation médiane avec un pensant plus net vers l’aspect difficile des mathématiques (30.5% des répondants trouvent les mathématiques difficiles contre 10,6%). La comparaison avec les statistiques du tableau 10 montre une nette perception de la difficulté des mathématiques à la transition secondaire/supérieur. En effet le rapport entre les effectifs d’apprenants trouvant les mathématiques difficiles et ceux qui les trouvent faciles passe du double au triple dans la transition secondaire/supérieur. Il semble évident que les élèves s’engageant dans les études scientifiques au supérieur font partie de ceux qui trouvent les mathématiques faciles.

Pour les étudiants, les raisons évoquées foisonnent. La plupart des répondants reconnait un besoin d’effort, de travail, d’exercices et de motivation. On peut conclure que les étudiants trouvent les mathématiques difficiles.

Réagissant sur l'opinion qui affirme l'impossibilité de réussir en mathématiques, les étudiants dans leur large majorité la réfutent. Le graphique ci-dessous donne l'ampleur de leur réaction :



Graphique 8: Points de vue des étudiants sur l'impossibilité de réussir en mathématiques

On notera à travers ce graphique le rejet du fatalisme par la grande majorité des étudiants, même si les raisons avancées cachent parfois quelques représentations. Ils admettent l'existence d'une opinion fataliste. Quelques raisons données par les étudiants illustrent un rejet doublé d'une acceptation voilée de cette opinion. En effet ces derniers déclarent que les mathématiques sont une matière comme les autres matières enseignées, mais qu'elles demandent plus d'efforts dans le travail et beaucoup de volonté. Si les mathématiques demandent plus d'effort, alors en toute logique, elles ne devraient pas être une matière comme les autres. D'autres étudiants rejettent l'opinion fataliste d'échec en mathématiques en mettant en cause les enseignants et la scientificité des mathématiques dans l'existence, le maintien et la propagation d'une telle opinion chez les étudiants.

Point de vue des enseignants du secondaire et du supérieur

Sur le caractère difficile des mathématiques et son inaccessibilité, les enseignants du secondaire ont été enquêtés par questionnaire et par entretiens. Le dépouillement des questionnaires montre que sur les vingt-quatre (24) enseignants du secondaire interrogés, quatorze (14) considèrent que les mathématiques sont difficiles, sinon très difficiles, tandis que dix (10) les considèrent ni faciles, ni difficiles. Aucun enseignant du secondaire ne considère que les mathématiques soient faciles. Le fait que la majorité des enseignants du secondaire considère les mathématiques comme une matière difficile rejoint l'idée des élèves qui trouvent que l'esprit fataliste d'échec en mathématiques est entretenu par les enseignants. Si les enseignants considèrent que les mathématiques sont difficiles, implicitement ils admettent que l'échec dans cette discipline soit normal.

Par contre l'esprit de fatalisme des apprenants face à l'échec en mathématiques n'est pas partagé par les enseignants du secondaire. Dix-neuf (19) enseignants sur les vingt-quatre (24) enseignants interrogés rejettent cette opinion des apprenants selon laquelle ils ne peuvent pas réussir en mathématiques.

A la question « est-ce que les étudiants ont raison de penser que les mathématiques sont difficiles » les enseignants interviewés sont partagés entre leur donner raison et leur donner tort.

De ceux qui leur donnent raison, il y a le professeur_n°1 qui se justifie en ces termes :

> Il y a l'aspect mythique. Il y a un certain mythe que les gens créent autour des mathématiques qui fait que les apprenants se disent que c'est quelque chose de mystérieux, il faut être quelqu'un de particulier pour comprendre ces choses là. Automatiquement ça veut dire que pour l'élève ordinaire c'est compliqué de comprendre. Ce qui fait que psychologiquement il se dit que c'est difficile et ensuite dans l'enseignement même des mathématiques, la façon d'enseigner du professeur peut faire que les élèves trouvent que c'est difficile à comprendre

Cet enseignant du secondaire évoque le comportement de certains acteurs qui mystifient les mathématiques et créent de ce fait des représentations chez les élèves qui s'érigent en barrière contre l'acquisition des connaissances mathématiques. Cela vient confirmer le dire de certains élèves.

L'enseignant_n°1 pense que les mathématiques ne sont pas difficiles, mais que c'est la manière de les aborder par les uns et les autres qui les rend difficiles et inaccessibles aux yeux des étudiants. Pour lui, les étudiants ont raison et il prend cet aspect comme la cause majeure du délaissement de filières scientifiques :

> […] les mathématiques sont faciles si on les aborde d'une manière efficace. Au niveau des étudiants c'est couramment connu. Si on regarde les orientations, très peu veulent venir dans les filières mathématiques.

L'enseignant_n°3 lui, dira :

> À l'école primaire le maître enseigne plus de 5 matières.... Certains avaient une peur des mathématiques quand ils étaient au lycée, depuis ils ont des lacunes qu'ils vont trainer et ils font croire aux enfants que les mathématiques seront difficiles parce que tout simplement lui, il ne s'en sortait. [..] Ils n'encouragent pas les élèves et au fur et à mesure qu'ils avancent ils trouvent refuge dans les propos tenus et ne font plus d'efforts. Les mathématiques ne sont pas difficiles mais c'est ce qu'on leur a dit. Ils ne savent pas pourquoi ils disent que les mathématiques sont difficiles.

Pour cet enseignant du supérieur, l'image de matière difficile des mathématiques est l'effet des représentations chez l'apprenant, représentations qu'il hérite de ses enseignants et qui l'empêchent de faire les efforts requis pour réussir. De plus il met en cause la qualification des enseignants de mathématiques depuis l'école primaire. Pour cet enseignant chercheur l'image de matière difficile collée aux mathématiques viendrait depuis l'école primaire. Il met en cause les niveaux en mathématiques des enseignants du primaire, leur attitude face aux mathématiques qui prédisposeraient les élèves à l'échec en mathématiques lorsqu'ils les rencontreraient. Pour cet enseignant les mathématiques commencent après le primaire lorsqu'il dit «… ils font croire aux enfants que les mathématiques seront difficiles… ».

L'enseignant_n°3 pense que l'idée de difficulté des mathématiques répandue chez les étudiants et dans la société n'est pas fondée. Pour lui c'est une question d'intérêt et d'aptitude :

> C'est une idée qui est généralement admise, les apprenants le disent. Dans la société, c'est une idée répandue. Mais ce n'est pas en mon sens la réalité. Il y a l'intérêt et les aptitudes que les apprenants ont. Ceux qui trouvent que c'est difficile ne font pas d'efforts pour comprendre. Une étudiante en première année à qui je faisais l'effort d'expliquer m'a dit : " ce n'est pas la peine de m'efforcer car je ne comprends rien et je ne comprendrai pas". C'est donc perdu d'avance.

Le récit de cet enseignant met en relief le sentiment de fatalité animant les étudiants en situation de difficulté, et son refus d'accepter cette situation malgré les efforts qu'il déploie pour faire comprendre les mathématiques à ceux-ci. Ces efforts sont annihilés par le refus de l'effort de la part des étudiants.

Des enseignants, à l'opposé de ceux sus cités, trouvent fondée cette vision des mathématiques comme matière difficile de la part des apprenants. Les raisons vont de l'effet des représentations, aux aptitudes en passant par le sentiment de fatalité animant certains apprenants et au refus de faire des efforts des apprenants.

Pour le professeur_n°2, les mathématiques sont une science exacte et c'est normal qu'elles soient difficiles. Il trouve cependant qu'elles peuvent être accessibles au grand monde à condition d'avoir le bagage mathématique: « …parce qu'à tout niveau que ce soit on a besoin d'avoir tout le bagage mathématique qu'on avait des acquis précédemment, et s'il y a eu des lacunes dans certaines classes ça va se ressentir… ». Il incrimine l'insuffisance des acquis des apprenants dans certaines classes pour justifier l'inaccessibilité des mathématiques.

Ainsi il y a un sentiment d'inaccessibilité des mathématiques qui anime certains acteurs de la transition secondaire/supérieure. Inaccessibilité acceptée et vécue par les étudiants et partagée par certains professeurs. Ce sentiment d'inaccessibilité crée une sorte de fatalisme devenant une barrière à l'apprentissage et à l'enseignement des mathématiques

5.2.2. La conception des mathématiques

La conception des mathématiques par les acteurs de la transition joue un rôle majeur dans son enseignement/apprentissage. Plusieurs travaux montrent que le contexte revêt une importance capitale et joue sur la manière dont les savoirs, en particulier les savoirs mathématiques, sont perçus et construits. La place primordiale accordée au contexte par ces travaux entre en conflit avec la vision des mathématiques comme savoirs décontextualisés, universels et infaillibles à la base des mathématiques scolaires.

Dans ce paragraphe, nous analysons la vision des mathématiques par notre population cible. Les opinions suivantes ont été proposées aux élèves, étudiants et enseignants :

Opinion 1 : « Les mathématiques sont un réservoir de formes abstraites »

Opinion 2 : « Mathématiques et rigueur sont synonymes »

Opinion 3 : « Mathématiques et calculs sont synonymes »

Opinion 4: « Les mathématiques sont un langage universel »

Opinion 5: « Les vérités mathématiques sont infaillibles »

Opinion 6 : « Les mathématiques apparaissent comme un ensemble de règles »

Les opinions 1,2, 4, 5 et 6 renvoient à une certaine vision dite "absolutiste"[31] des mathématiques. L'opinion 3 revêt l'aspect calculatoire des mathématiques lié à une vision utilitaire de celle-ci.

Les enquêtés étaient appelés à attribuer une note allant de 0 à 4 marquant leur degré d'accord avec l'opinion considérée. Par catégorie d'acteurs le total de points obtenus par chaque opinion a été totalisé. Les tableaux ci-dessous donnent les résultats obtenus :

[31] La vision absolutiste des mathématiques soutient que les vérités mathématiques sont absolues

Tableau 12: Points de vue des acteurs sur les mathématiques

Opinions / Moyenne	Maths=réservoir de formes abstraites	Maths=rigueur	Maths = calculs	Les maths sont un langage universel	les vérités mathématiques sont infaillibles	Maths = ensembles de règles
Moyenne élève	1,54	2,94	2,25	2,88	2,54	3,07
Moyenne étudiant	1,34	2,78	2,16	2,60	2,18	2,72
Moyenne enseignant secondaire	2,17	3,71	1,92	3,54	3,21	3,25
Moyenne globale	1,68	3,14	2,11	3,01	2,64	3,01

Ce tableau montre que les opinions dominantes sont la rigueur des mathématiques, l'universalité et l'infaillibilité des mathématiques, et les mathématiques comme un ensemble de règles. Chacune de ces opinions recueille en moyenne plus de 2 points sur 4. Ce qui nous laisse penser que les acteurs impliqués dans la transition secondaire/supérieure ont une vision platonicienne[32] des mathématiques.

Quelques assertions des enseignants du supérieur interrogés dans cette recherche sont illustratives de leur vision des mathématiques. L'enseignant_n°4 dit :

> […] c'est en relisant le cours, c'est en reprenant les cheminements démonstratifs du cours en se les appropriant, en voyant comment les autres démontrent, on apprend soit même à démontrer, c'est ça aussi la spécificité des mathématiques. Quand on suit comment les autres démontrent et en

[32] La vision platonicienne des mathématiques considèrent que les objets mathématiques ne relèvent du monde sensible mais du monde intelligible et invisible. Les vérités construites sur ces objets ne peuvent alors être subjectives, elles sont alors absolues.

> comprenant les méthodes, les stratégies employées, on finit par pouvoir le faire soit même.

Ces propos laissent penser à un apprentissage des mathématiques par l'imitation, en regardant faire les autres, les experts.

L'enseignant_n°3 dit :

> Les difficultés en mathématiques sont liées à un défaut de l'enseignement des mathématiques et ce défaut principal est la non motivation des outils et des théories mathématiques par des approches par problèmes, par motivation pour que les apprenants trouvent du sens dans leur apprentissage et ça c'est important. Il y a beaucoup de théories mathématiques qui ont été motivées par des phénomènes concrets qui ont mis beaucoup de temps à maturation et on évacue complètement ça et on va directement à la théorie. On demande aux étudiants de comprendre ça ici et maintenant or ç'a mis du temps avant d'être une théorie mathématique complète.

Cet enseignant attribue les difficultés en mathématiques à l'aspect théorique que les enseignants privilégient dans leur activité d'enseignement, en éliminant des notions tout ce qui leur donnent du sens et qui ont de fois été à la base de leur développement.

5.2.3. De l'utilité des mathématiques

On sait que l'intérêt porté à une discipline est un élément de motivation des apprenants. Parmi les paramètres de motivations il y a l'utilité des objets d'apprentissages perçue par les apprenants. La perception de l'utilité des mathématiques est un indicateur des représentations sur les mathématiques et leur enseignement que nous avons recherché auprès des apprenants.

Point de vue des élèves et des étudiants

Interrogés sur l'utilité des mathématiques enseignées, les élèves et les étudiants reconnaissent unanimement l'utilité des mathématiques comme l'attestent les tableaux ci-dessous.

Tableau 13: Point de vue des élèves et des étudiants sur l'utilité des mathématiques

	Elèves		Etudiants	
Réponses	Effectifs	Pourcentage	Effectifs	Pourcentage
Pas de réponses	4	1,3	2	1,41
Les mathématiques sont utiles	260	86,1	132	93,61
Les mathématiques ne sont pas utiles	38	12,6	7	4,96
Total	302	100,0	141	100,0

La plupart des élèves interrogés (86%) attestent que les mathématiques qu'on leur enseigne sont utiles. Ils trouvent leur utilité dans l'économie, les sciences et techniques, l'interdisciplinarité. Cependant 12,6% d'entre eux trouvent les mathématiques inutiles. Les justifications dans ce sens sont diverses : le manque d'encouragement par l'Etat de ceux qui font les mathématiques, le fait que la richesse n'est pas au bout des mathématiques, le fait que le débouché principal soit l'enseignement des mathématiques. Ces justifications sont plutôt des raisons de démotivation pour les études mathématiques et non des raisons appuyant l'inutilité des mathématiques.

Le constat est le même pour les étudiants qui voient dans leur majorité un aspect utilitaire aux mathématiques. Leurs apports dans les sciences et technologies, dans l'économie, la résolution de problèmes, l'ouverture d'esprit sont évoquées. Certains étudiants relèvent le manque de débouchés sur le plan de l'emploi au Burkina Faso pour les formés en mathématiques. D'autres disent trouver certaines mathématiques qu'on leur enseigne trop abstraites pour être utiles.

L'utilité des mathématiques perçue par la plupart des apprenants, nuancée dans une certaine mesure, devrait être un élément catalyseur pour leur apprentissage ; ce qui ne se ressent pas sur la réussite des étudiants en mathématiques au vu des taux d'échec élevé en première année des filières scientifiques. On est en droit de nuancer la démotivation dans les facteurs d'échec des étudiants en mathématiques.

Points de vue des enseignants

Les enseignants se sont prononcés sur l'utilité des mathématiques par l'intermédiaire des entretiens semi-dirigés. Ils avaient à donner leur point de vue relatif à une question qui est en vogue dans les milieux scolaires, académiques et dans la société: « à quoi servent les mathématiques? ». Rares sont les enseignants à n'avoir pas été interpelés sur cette question en classe ou dans la vie de tous les jours. La plupart des enseignants interviewés reconnaissent la popularité de la question mais sa légitimité est sujette à des opinions diversifiées de la part des interviewés. On distingue ceux qui pensent que la question est légitime et que l'utilité des mathématiques, qu'on ne discute pas, gagnerait à être mise en exergue dans les méthodes et les pratiques enseignantes. Parlant de la légitimité de la question le Professeur_n°3 dira :

> Elle est justifiée parce qu'ils ne voient pas l'utilité des mathématiques. Les mathématiques que nous faisions, on n'arrive pas à convertir immédiatement pour eux. Pour certains chapitres comme les suites, la probabilité, ça pose moins de problèmes. Mais pour d'autres notions comme le logarithme népérien, exponentielle, ils ne savent pas à quoi ça sert. Moi même en tant que professeur je ne peux pas expliquer leur utilité, donc la question est justifiée.

Ce professeur dit ne pas être capable d'expliquer l'utilité de certaines notions qu'il enseigne, légitimant la question de l'utilité des mathématiques que se posent les élèves. Cela soulève un problème dans la formation initiale et continue des enseignants, car l'enseignant doit être en mesure de motiver l'apprentissage des notions en partant de l'intérêt de celles-ci pour les élèves dans la vie pratique, dans l'apprentissage d'autres notions, dans d'autres disciplines, etc. De plus les exemples sont mal choisis car les fonctions logarithme népérien et exponentielle sont des fonctions bien utiles dans la vie de tous les jours. Elles se trouvent même sur les calculatrices scientifiques.

L'Enseignant_n°2 pense que la popularité de la question réside dans les choix pédagogiques qui ne mettent pas suffisamment l'accent sur le sens des notions, l'utilité des mathématiques. Il dit que c'est :

> La question de l'utilité des mathématiques n'est pas une question justifiée. Dans un premier sens, c'est un défaut de l'enseignement des mathématiques, de l'approche pédagogique, qui a tendance à laisser l'aspect de donner du

> sens aux mathématiques, de partir de problèmes réels concrets pour motiver les mathématiques en faisant une abstraction.

L'enseignant_n°3 pense que la question n'est du tout justifiée et qu'elle est liée au niveau de ceux qui posent la question :

> Quel est le niveau de celui qui pose la question ? Il faut comprendre les mathématiques pour comprendre son utilité. Déjà, quand on dit qu'une chose ne sert à rien, ce n'est pas juste car la chose ne peut pas être inutile et les gens la font. Il n'y a pas de matière enseignée inutile. C'est dans la tête de ceux qui se posent la question qu'il y a des problèmes. La question n'est pas du tout justifiée.

Il ressort de ces dires que toute chose est utile tant qu'il y a des gens qui la font. Il n'y a donc pas de matières inutiles. Si toute matière enseignée est utile, on pourrait aussi se poser la question suivante : *« la matière est utile pour qui ? »*. Si l'utilité est démontrée, est ce qu'elle est perçue ? Les propos de l'enseignant_n°3 traduisent à eux seuls la rupture qu'il y a entre le secondaire et le supérieur. Dans les consignes des programmes du secondaire, il est demandé de donner du sens aux apprentissages. Les questions de l'utilité des apprentissages, de l'adaptation des programmes aux besoins de l'apprenant sont centrales dans les démarches et méthodes pédagogiques. Les propos de cet enseignant tranchent complètement avec ces principes.

On relèvera l'unanimité de l'utilité des mathématiques issue de l'enquête, une utilité qui a de la peine à être ressortie par les enseignants, sensés pouvoir s'en servir pour motiver les apprenants et donner du sens aux apprentissages.

5.2.4. La démotivation, un facteur inhibant

Nous avons analysé dans la sous-section précédente la place accordée par les apprenants à l'utilité des mathématiques. Dans cette sous-section, nous analysons celle de la démotivation dans l'échec des étudiants en première année.

Appelés à donner les facteurs de difficultés des étudiants dans la transition secondaire/supérieur, les étudiants et les enseignants du secondaire placent la démotivation dans le trio de tête des principaux facteurs d'échec chez les étudiants en mathématiques. Appelés à citer d'autres facteurs d'échec en mathématiques, les étudiants citent le découragement, le manque de confiance en soi, le manque de débouchés pour ceux qui étudient les mathématiques, les conditions de vie, les professeurs, etc. Ces derniers facteurs semblent pour nous des éléments de démotivation pour les apprenants. Le découragement pour les étudiants est lié aux faibles notes eu égard aux efforts qu'ils fournissent dans l'apprentissage des mathématiques. Il nait une perte de confiance en soi chez les étudiants. Le manque de débouchés pour les étudiants diplômés en mathématiques est beaucoup revenu dans les réponses des étudiants. Ils considèrent que l'unique débouché pour ces diplômés est l'enseignement. La situation salariale et professionnelle des enseignants de mathématiques ne semble pas stimulante d'après eux. Les professeurs à travers leurs méthodes d'enseignement et certains actes participent aussi à démotiver les étudiants. Certains enseignants participent à mythifier les mathématiques selon les étudiants. Un des anciens étudiants que nous avons approchés au début de cette recherche nous a dit ceci : « en première année de mathématiques, notre professeur nous dit que si vous venez pas de la série C, ça ne valait pas la peine d'être là, et que même ceux de la série C devaient attacher leur ceinture ». D'autres facteurs comme les conditions de vie et le manque de moyens pour se procurer des ouvrages appropriés complètent le lot des facteurs démotivant pour les étudiants.

Les facteurs, ci-dessus évoqués, participent à la démotivation des étudiants et par conséquent à l'échec. Certains étudiants ont exprimé que le fait de croire à ce qu'on dit sur les mathématiques à l'université les a handicapés.

Dans la classification des facteurs d'échec en mathématiques, les étudiants donnent la démotivation comme premier facteur et les enseignants du secondaire la placent en deuxième position (graphiques 5 et 6).

5.3. Des difficultés liées au formalisme et à la démonstration

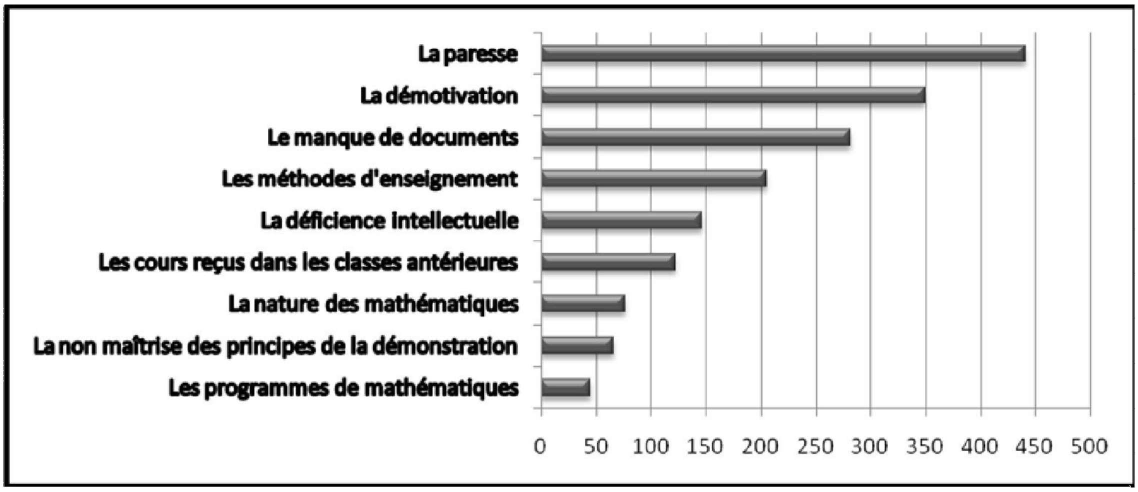
Ce paragraphe porte sur l'analyse de données obtenues par nos instruments de recherche relatives au formalisme et à la démonstration. Les questions portent principalement sur le niveau des apprenants dans les activités de démonstrations, les facteurs d'échecs en démonstration et sur les exigences en démonstration et en formalisme.

5.3.1. Du niveau des apprenants en mathématique en démonstration

Le niveau des étudiants de première année des filières scientifiques en démonstration est un des indicateurs des difficultés liées au formalisme et à la démonstration.

5.3.1.1. Point de vue des élèves et des enseignants du secondaire

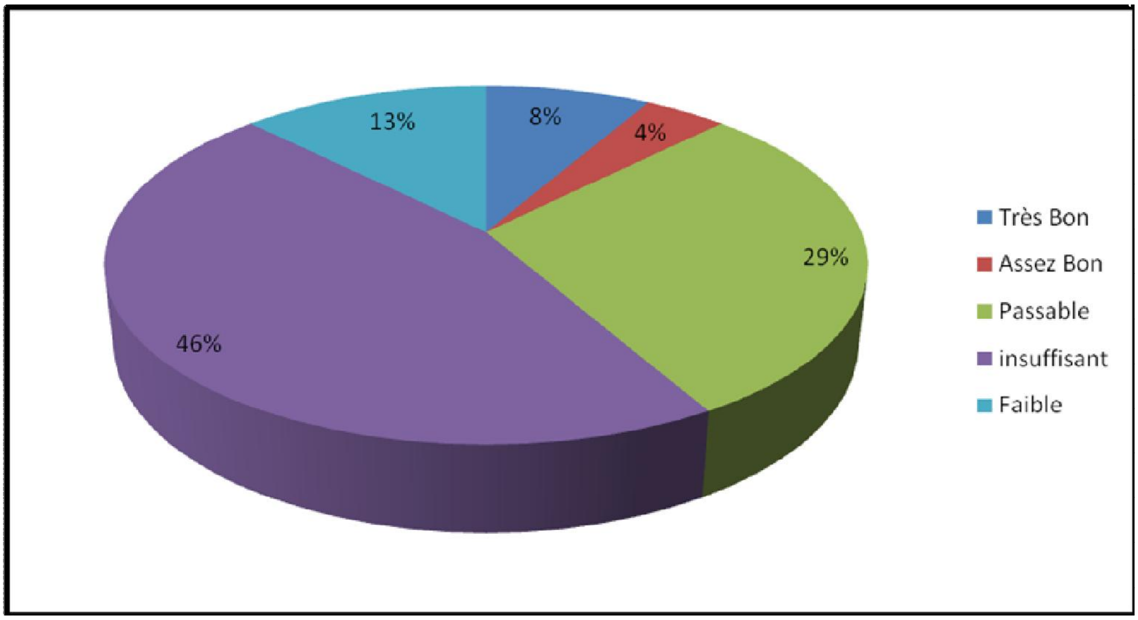
Les élèves ne trouvent pas en la démonstration un facteur important de difficultés en mathématiques. Les dépouillements de leurs réponses à la question 4 de leur questionnaire portant sur les facteurs de difficultés en mathématiques donnent le tableau ci-dessous après pondération du classement effectué (3points pour la première place, 2 points pour la deuxième place, et 1 point pour la troisième place).



Graphique 9: Facteurs d'échecs en mathématiques chez les élèves

Ce graphique montre nettement que la démonstration est à l'avant dernière place des facteurs de difficultés selon les élèves. Les élèves ne donnent pas une place importante à la maîtrise des principes de la démonstration dans les facteurs de difficultés. Cette position des élèves n'est pas confirmée par les enseignants du secondaire enquêtés. Cette situation laisse penser que les élèves ne savent pas ce qu'est la démonstration. Ils attribuent leurs difficultés à autre chose que la non maîtrise de la démonstration. Ici il s'agissait de voir l'idée qu'eux-mêmes se font de leur maîtrise de la démonstration. Les enseignants sont mieux placés pour renseigner du niveau réel des élèves en démonstration.

Le graphique ci-dessous résume la position des enseignants du secondaire enquêtés par questionnaires sur le sujet :



Graphique 10: Niveau des élèves en démonstration selon les enseignants du secondaire

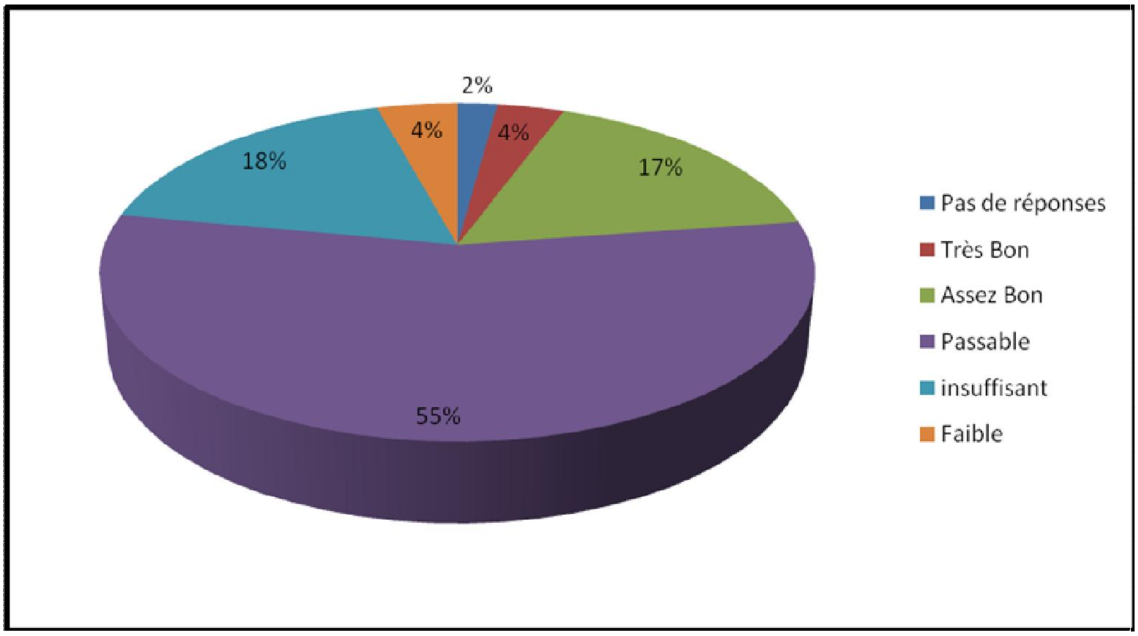
Le graphique montre que la majeure partie des enseignants trouve le niveau des élèves en démonstration insuffisant. Les entretiens réalisés avec les enseignants du secondaire montrent la même réalité. Le Professeur_n°2 dira à ce propos « ils ne peuvent même pas démontrer quelque chose, les élèves ne peuvent pas démontrer quelque chose ». Cette position contraste avec celle des élèves qui pensent ne pas avoir trop de difficultés en démonstration.

En conclusion, nous pouvons dire qu'au secondaire les élèves ne maîtrisent pas les principes de la démonstration mais semblent inconscients de cette situation.

Qu'en est-il au supérieur ?

5.3.1.2. Point de vue des étudiants et des enseignants du supérieur

Les étudiants de première année ont été enquêtés sur leur niveau en démonstration. Ils reconnaissent qu'ils ont un niveau passable en démonstration. Plus de la moitié des étudiants interrogés estiment que leur niveau en démonstration est passable. Le tableau ci-dessous donne la répartition des opinions des étudiants sur leur niveau en démonstration.



Graphique 11: Niveau des étudiants en mathématiques selon les étudiants

On aperçoit dans ce graphique une nette tendance pour le niveau passable en démonstration selon les étudiants. Les étudiants estiment avoir un niveau passable en démonstration. Qu'en pensent leurs enseignants ?

L'enseignant_n°1 dira « La non maîtrise des principes de la démonstration est une source de difficulté. La démonstration, c'est le raisonnement. Ils ne maîtrisent pas bien les techniques de raisonnement ».

L'enseignant_n°2 renchérit en disant :

> […] si on regarde les programmes jusqu'en terminale, au niveau des séries D, j'ai l'impression que l'apprentissage de la démonstration n'est pas suffisamment fait et maîtrisé. Les apprenants n'ont pas cette pratique de pouvoir démontrer quelque chose. À la limite je caricature en disant "il y a des recettes qu'il faut avoir et puis les appliquer en série D". […] le pas qualitatif est qu'il faut faire

> comprendre une démarche et puis l'appliquer et reproduire ça dans une autre situation, être capable de réfléchir et d'agencer cette méthodologie n'est pas maîtrisé, alors que dès la première année on a besoin de cet outil là.

De la maîtrise des techniques de raisonnement aux conclusions hâtives en passant par la non maîtrise des règles, les enseignants du supérieur trouvent à redire dans les performances des étudiants en démonstration. Il ressort des propos de l'enseignant_n°2 que les étudiants ont des difficultés en démonstration et un reproche aux programmes du secondaire dans le volet apprentissage de la démonstration a été fait. Cet enseignant chercheur parle de recettes données aux élèves du secondaire en matière de démonstration. Cette position contraste avec la position médiane (passable) donnée par les étudiants quant à leur niveau en démonstration. Les étudiants ne sont-ils pas conscients de leurs difficultés en démonstration? Ici encore il y a une divergence entre ce que les apprenants se font de leur niveau en démonstration et ce que leurs enseignants disent.

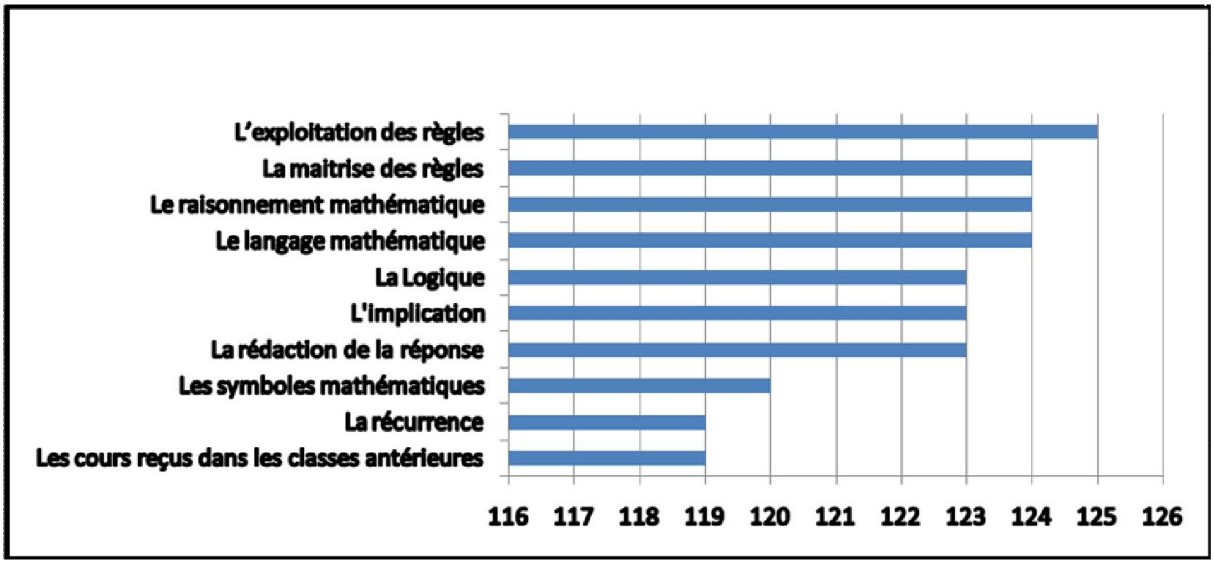
Dans le paragraphe suivant, nous analysons les données relatives aux difficultés des étudiants en démonstration

5.3.2. Les difficultés en démonstration

Les difficultés des étudiants en démonstration constituent une partie de notre étude. Nous avons recueilli des données relatives aux difficultés que rencontrent les étudiants en démonstration par le biais du questionnaire pour les étudiants et des entretiens avec les enseignants de mathématiques du secondaire et du supérieur.

5.3.2.1. Point de vue des étudiants

A travers la question 15 de leur questionnaire, les étudiants ont été invités à classer des facteurs de difficulté en démonstration en attribuant à chacun des facteurs des points allant de 0 à 4. Ces facteurs sont la logique, le raisonnement mathématique, la non maîtrise des règles de la démonstration, l'exploitation des propriétés et théorèmes, l'implication, le langage mathématique, la rédaction de la réponse, la récurrence, les symboles mathématiques et les cours reçus dans les classes antérieures. Le graphique ci-dessous résume le dépouillement des réponses obtenues.

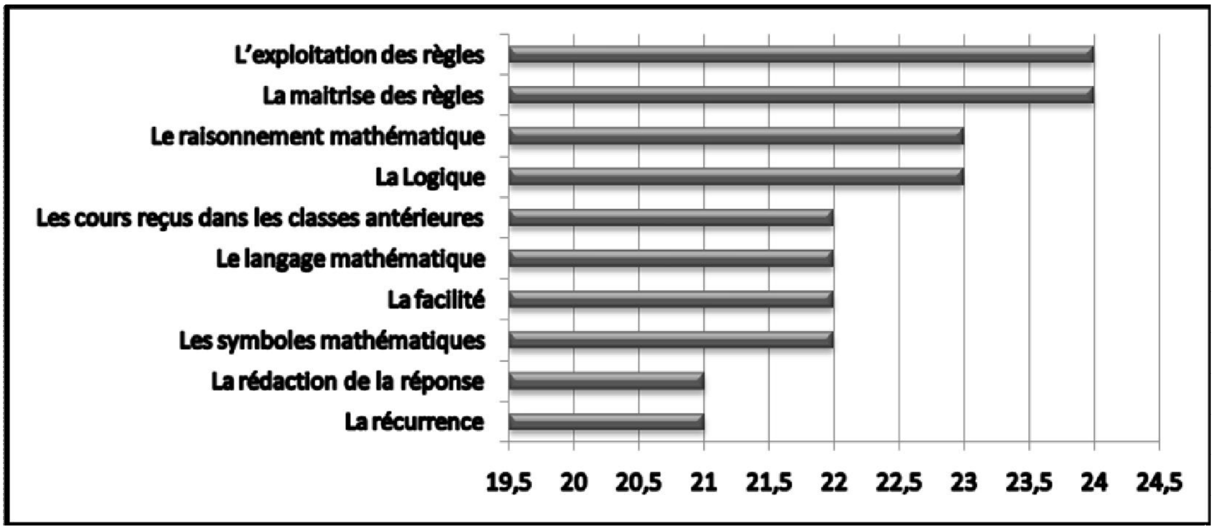


Graphique 12: Classement des difficultés en démonstration selon les étudiants

Il ressort clairement de ce graphique que les facteurs majeurs selon les étudiants sont dans l'ordre décroissant, l'exploitation des règles et théorèmes et la maîtrise de ces règles et le raisonnement mathématique. Il est à noter que l'exploitation des règles, la maîtrise des règles de même que le raisonnement mathématique sont liés et constituent l'essentiel des principes de la démonstration. Nous pouvons déduire que la difficulté majeure des étudiants en démonstration est la non maîtrise des principes de la démonstration.

5.3.2.2. Point de vue des professeurs du secondaire

Les enseignants ont été aussi invités à classer les facteurs évoqués ci-dessus à la question 16 de leur questionnaire. Le graphique suivant résume le dépouillement de leurs réponses



Graphique 13: Classement des facteurs de difficultés selon les enseignants du secondaire

Les enseignants du secondaire placent en tête des facteurs de difficultés en démonstration la logique, le raisonnement mathématique, la maîtrise et l'exploitation des règles et la rédaction de la réponse. Les enseignants interrogés reviennent sur ces facteurs. Le Professeur_n°1 dira que :

> Le plus souvent […] c'est connaître la bonne propriété à utiliser. Quand ils connaissent même la bonne propriété parfois les conditions d'applications ne sont pas évidentes, ou encore ils ne prennent pas le temps de vérifier les conditions d'application avant d'appliquer.

La connaissance de la propriété à appliquer et la recherche des conditions requises pour l'application de ladite propriété est le problème relevé dans ces propos. Le point de vue des enseignants concerne les élèves. Nous pouvons alors dire que ce problème d'exploitation des règles, de maîtrise des règles et de raisonnement est présent depuis le lycée. La transition secondaire/supérieur semble alors avoir accru ce problème comme l'atteste les statistiques du graphique n°12.

5.3.2.3. Point de vue des enseignants du supérieur

Interrogés sur les facteurs de difficultés des étudiants en démonstration, les enseignants du supérieur évoquent la non maîtrise de la logique mathématique, la non maîtrise des propriétés du cours, de certains modes de raisonnement et des cours antérieurs.

Les étudiants ne maîtrisent pas les règles de la logique et du raisonnement mathématique selon les enseignants du supérieur. La non maîtrise des techniques de raisonnement est relevée par l'Enseignant_n°1 quand il dit que « La démonstration, c'est le raisonnement. Ils ne maîtrisent pas bien les techniques de raisonnement, c'est à revoir dans les nouveaux programmes ». Il indique en même temps que c'est un manquement qu'il impute aux programmes. L'Enseignant_n°2 relève la faiblesse des étudiants dans le processus de la démonstration en disant que :

> Le pas qualitatif qu'il faut faire pour comprendre une démarche, l'appliquer et la reproduire dans une autre situation n'est pas réussi par les étudiants. De plus, les étudiants ne peuvent pas réfléchir et agencer une méthodologie ; ce qui est exigé dès la première année.

Répondant à la question sur les difficultés récurrentes en démonstration, l'Enseignant_n°3 dira :

> Le problème récurrent en démonstration provient de la non maîtrise de la logique mathématique. Tout ce qui est logique, ce que le commun doit pouvoir voir, les étudiants ne voient pas ça. Si il y a telle situation alors telle chose est vérifiée, du coup le jour où il n'y aura pas la situation ils disent que la chose n'est pas vérifiée, au cas où A est vraie, B serait vrai, mais on n'a pas dit que si A n'est pas vraie, B n'est pas vraie. Le non explicitement dit ne veut pas dire que ce n'est pas vrai, pour eux soit c'est Pierre, soit c'est Paul. Ils inventent des réponses dans 90% des cas. Ils écrivent sans avoir la possibilité de distinguer le faux du vrai dans ce qu'ils disent.

La faible maîtrise de la logique mathématique par les étudiants est un des points de difficultés relevés par cet enseignant du supérieur. La confusion entre condition suffisante et condition nécessaire pour qu'une proposition soit vraie est aussi évoquée. La distinction entre le vrai et le faux, l'invention des réponses dans la majeure partie des cas sont des facteurs de difficultés relevés dans ce passage.

L'enseignant_n°4, quant à lui relève la méconnaissance des méthodes de raisonnement comme le raisonnement par récurrence et par l'absurde par les étudiants. Il dit dans sa réponse à la question 9 que :

> La démonstration par récurrence n'est pas maîtrisée. Elle est souvent même utilisée pour des propositions qui n'en demandent pas. La démonstration par l'absurde est aussi un exemple ; l'étudiant dans ses raisonnements, rencontre des

difficultés, conclut que c'est absurde; pour lui c'est absurde quand lui-même il n'y voit rien.

La nécessité et les principes d'une démonstration par récurrence ne sont pas maîtrisés par les étudiants selon cet enseignant. Le raisonnement par l'absurde est confondue avec le fait de ne pas trouver soit même des solutions à un problème.

5.3.3. De l'enseignement/apprentissage de la démonstration et du formalisme

Dans ce paragraphe, nous analysons les données relatives à l'enseignement/apprentissage des quantificateurs, de la logique et du raisonnement mathématiques. Ces données sont issues des programmes de mathématiques du secondaire et du supérieur, des questionnaires et des entretiens.

5.3.3.1. Des programmes de mathématiques

Dans cette section, nous présentons les programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire général et de la première année (S_1 et S_2) des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou à travers leur historique, les objectifs, contenus et instructions relatives à l'enseignement de la démonstration et au formalisme.

5.3.3.1.1. Les programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire général

Les spécificités de notre recherche nous amènent à porter notre regard sur les programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire général car c'est de cet ordre d'enseignement que provient la quasi-totalité des étudiants des filières scientifiques de l'enseignement supérieur.

- **Historique**

Au début des indépendances (1960), les programmes de mathématiques utilisés dans les lycées et collèges au Burkina Faso étaient ceux du pays colonisateur, la France. Les cours de mathématiques étaient dispensés par les enseignants français jusqu'à la fin des années 70. Tout changement intervenu en France à ce niveau en mathématiques est automatiquement répercuté dans les pays africains francophones par les coopérants (DGIFPE, 2004).

Les années 80 du dernier siècle marquent l'arrivée d'un certain nombre de professeurs africains et l'apparition du corps des inspecteurs.

La fin des années 80 jusqu'en 2002 fut l'ère des programmes harmonisés. Un regroupement de pays comprenant la France et les pays d'Afrique francophone et de l'océan indien travailla à l'harmonisation des programmes de mathématiques (H.P.M). Les objectifs affichés de ce regroupement étaient de :

- rénover les programmes et les méthodes d'enseignement ;
- produire du matériel didactique adapté à un coup peu élevé ;
- former les professeurs à ces méthodes d'enseignement et à l'utilisation de ce matériel.

Après l'ère des programmes harmonisés, l'initiative de relecture et de réécriture des programmes est laissée à chaque pays. C'est ainsi que l'inspection de mathématiques, cheville ouvrière de la confection des programmes au Burkina Faso, a mis plusieurs chantiers chargés de la relecture de différents programmes.

Les programmes en vigueur sont, pour le post-primaire entrés en vigueur en 2009. Les programmes du secondaire enseignement général datent des années 1996.

- **Objectifs et instructions relatives à la démonstration et au formalisme**

Dans les paragraphes suivants, nous analysons les objectifs généraux, les contenus des programmes de mathématiques du secondaire à ceux de l'enseignement général post-primaire et des séries C et D de l'enseignement secondaire et les instructions relatives à l'enseignement/apprentissage de la démonstration. En effet, l'enseignement général post-primaire est le tronc commun suivi par les élèves des séries C et D au Burkina Faso, futurs étudiants des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou.

Dans notre analyse, nous proposons des extraits des programmes de mathématiques en lien avec notre thématique, pour y relever des éléments ou indices relatifs à nos hypothèses. La taille des programmes des programmes (pages pour le post-primaire et pages pour le secondaire) nous contraints à ne pas les mettre in extenso et annexes.

Pour réussir cette analyse, nous relevons par cycle et par niveau d'enseignement les objectifs et instructions relatifs à l'enseignement de la démonstration et du formalisme à travers les programmes de mathématiques des classes des enseignements post-primaire et du secondaire. Nous commençons notre analyse par les programmes du post-primaire.

- **Les programmes de mathématiques du post-primaire**

Le document programmes de mathématiques du post-primaire de l'enseignement secondaire général relève que l'enseignement des mathématiques dans ce cycle vise à renforcer les acquis de la scolarité élémentaire. Les objectifs visés et l'orientation méthodologique globale laissent entrevoir une place à l'initiation à la démonstration.

> La méthode utilisée doit susciter constamment l'activité de l'élève en faisant une large part à l'observation et à la manipulation.
> Cette méthode doit notamment :
> - cultiver les qualités d'observation et d'analyse de chaque élève ;
> - exercer l'élève à donner des objets tangibles une représentation concrète, puis conceptuelle développant ainsi ses capacités d'abstraction ;
> - stimuler l'imagination de l'élève par l'induction, la généralisation, la recherche d'exemples illustrant une propriété ou de contre-exemples infirmant une proposition ;
> - entraîner l'élève à la pensée déductive sur de courtes séquences **;**
> - exclure les exposés dogmatiques, en introduisant chacune des notions étudiées à partir d'exemples variés et en faisant fonctionner ces notions une fois la compréhension acquise à travers des exercices d'application.
>
> Le contenu de la leçon à étudier doit être nettement délimité ; les définitions et les propriétés essentielles sont notées sur un cahier une fois la compréhension acquise. Le professeur doit contrôler régulièrement que les leçons ont été apprises et comprises(MESSRS, 2009, p.2)

L'induction, la généralisation, la recherche d'exemples et de contre-exemples, l'entrainement à la pensée déductive sur de courtes séquences sont mentionnés dans l'extrait ci-dessous et révèle l'orientation des programmes relative à l'enseignement/apprentissage de la démonstration au post-primaire. Une mise en garde est cependant faite à l'égard d'une très grande tentation à des exposés dogmatiques. Les programmes attirent aussi l'attention des professeurs sur l'approche des notions que doit acquérir l'apprenant au post-primaire. Il doit dans l'esprit des recommandations des programmes procéder sans hâte à une approche des notions à acquérir, approche prudente et concrète, s'appuyant sur des exemples familiers susceptibles de généralisation. C'est seulement en conclusion de ce travail d'approche que seront énoncées les présentations définitives des notions.

Dans les classes de sixième et de cinquième l'accent est mis sur l'apprentissage d'un certain vocabulaire lié au langage mathématique et à la logique :

> L'étude de ce vocabulaire a pour but d'apprendre à l'élève à utiliser correctement chacun des mots (un, le, les, des, chaque, tout, tous, et, ou). La distinction du sens des mots « un », « tous », en particulier est fondamentale pour la compréhension de l'énoncé de certaines définitions ou propriétés (propriétés des opérations par exemple) et l'apprentissage de la démonstration. (MESSRS, 2009, p.23)

La maîtrise de ce vocabulaire est fondamentale pour la compréhension du langage mathématique et l'apprentissage de la démonstration comme le souligne cet extrait du programme. Le programme stipule néanmoins que l'apprentissage de ce vocabulaire ne doit pas faire l'objet d'une leçon ; une mise en garde qui peut ouvrir le chemin à un déficit d'enseignement de ce vocabulaire lorsque les enseignants ne trouvent pas dans les autres contenus indexés les situations pour introduire le vocabulaire mentionné.

Les symboles d'inclusion, d'union, d'intersection, d'appartenance, d'infériorité et de supériorité sont aux programmes des classes de sixième et de cinquième.

L'intention des programmes des classes de quatrième ($4^{ème}$) et de troisième ($3^{ème}$) sont la consolidation de l'usage des instruments de dessin et de mesure, l'acquisition des techniques opératoires et l'entrainement au raisonnement déductif.

La connaissance et l'utilisation des propriétés de certaines applications du plan, l'utilisation de l'outil vectoriel pour certaines démonstrations apparaissent clairement dans le programme de quatrième. Le même programme mentionne aussi la nécessité d'un apprentissage de la logique à travers des instructions relatives à l'entraînement à la démonstration et à l'utilisation de *« si…alors… » :*

> L'enseignement des mathématiques en classe de quatrième doit familiariser progressivement l'élève avec la pratique de la démonstration. La locution « si A alors B » est utilisée dans le sens de « A est vrai » donc « B est vrai ». On ne parlera pas du fait que « si A alors B » est vrai lorsque A est faux ! Et on n'utilisera pas le symbole « ⇒ ». L'équivalence logique et l'emploi de son symbole ne sont pas au programme. Cette familiarisation progressive de l'élève avec la pratique de la démonstration ne doit pas faire l'objet d'un cours théorique mais sera faite en liaison avec les différentes parties du programme tout au long de l'année.(MESSRS, 2009, p.34)

L'enseignement/apprentissage de la démonstration est clairement annoncé à travers le raisonnement déductif à un pas. L'expression « si A alors B » marquant le raisonnement par implication doit être enseigné aux apprenants sans cependant faire l'objet d'un cours spécifique. Le programme exclut l'utilisation de son symbole et l'enseignement de l'équivalence logique.

Les programmes de la classe de troisième ($3^{ème}$) prévoient le renforcement de la pensée déductive, l'apprentissage de l'équivalence logique et l'apprentissage de la rédaction d'une démonstration. L'extrait ci-dessous du programme de troisième, intitulé logique, entrainement à la démonstration est illustratif à ce sujet :

> Utilisation du « si…alors… »
> Enoncé réciproque
> L'énoncé « si A alors B » est considéré dans le cas où A est vrai
> Lorsque deux énoncés « si A alors B » et « si B alors A » sont vrais, on les résumera en « A si et seulement si B ». Le professeur veillera à ce que l'élève ne confonde pas l'énoncé « si A alors B » avec sa réciproque « si B alors A »
> Le professeur veillera à ce que l'élève prenne conscience du rôle joué par des notions telles que la négation, les connecteurs et les quantificateurs sans que ces notions soient formalisées. L'utilisation de leurs symboles n'est donc pas au programme (MESSRS, 2009, p.48)

L'entraînement à la démonstration ne doit pas faire l'objet d'un cours théorique mais sera fait en liaison avec les différentes parties du programme tout au long de l'année. Les quantificateurs sont mentionnés comme une nécessité par le programme qui exclut leur formalisation. Les notations symboliques de l'implication, de l'équivalence sont aussi exclues.

En somme pour le post-primaire, les programmes de mathématiques donnent des orientations en termes d'enseignement/apprentissage de la démonstration et du formalisme. Il s'agit d'un entrainement à la démonstration basée sur la démarche déductive. A ce stade, les exigences en matière de démonstration se limitent à la conduite d'une démonstration par déduction à un pas. Cela passe par la recherche de l'hypothèse dans l'énoncé et l'application directe d'une propriété du cours. Les énoncés sont généralement fermés.

Le symbolisme du langage ensembliste (inclusion, appartenance, intersection, réunion) et de la comparaison (infériorité stricte ou large, supériorité stricte ou large) sont au programme. Les symboles de l'implication, de l'équivalence, des quantificateurs, des connecteurs logiques et de la négation ne sont pas à enseigner au post-primaire. La formalisation des concepts de connecteurs, de négation, de quantificateurs et tout excès de technicité sont écartés.

Qu'en est-il des programmes des séries C et D du secondaire ?

- **Les programmes de mathématiques du secondaire**

Les buts visés par l'enseignement des mathématiques dans les séries C et D sont résumés dans les programmes du secondaire à travers les extraits suivants :

> Le programme qui suit reprend les intentions majeures de l'enseignement dans les classes des séries C et E, qui vise, entre autres, à :
> - entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique qui lie expérimentation, analyse et raisonnement ;
> - développer leurs capacités d'organisation et de communication ;
> - approfondir leurs connaissances et les structurer ;
> - exploiter les interactions entre les mathématiques et les autres disciplines. (MESSRS, 1996c, p.1)

L'extrait ci-dessous donne aussi une idée des buts visés par l'enseignement des mathématiques dans les filières scientifiques de l'enseignement secondaire général :

> Le présent programme est celui d'une classe de seconde préparant de manière privilégiée aux différentes filières scientifiques et techniques (sections C, D, E, F). Afin d'éviter une orientation trop marquée par une section de type C, il convient de le préserver d'une intervention artificielle de descriptions de structures et de ne pas l'alourdir par une algébrisation prématurée. Ont été ainsi résolument écartés les sujets présentant de trop grandes difficultés conceptuelles et techniques au bénéfice d'une meilleure solidité sur les points essentiels. On s'en tiendra à un cadre et à un

> vocabulaire théoriques modestes, mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation mathématique solide. (MESSRS, 1996a, p.1)

L'orientation méthodologique générale selon le programme de Seconde C doit développer chez les élèves la pratique d'une démarche scientifique « *en développant conjointement les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique* » et l'accent doit être mis sur l'acquisition de méthodes.

Le programme de la classe de seconde C indique la nécessité :

> […]d'entrainer les élèves à la pratique d'une démarche scientifique, en développant conjointement les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique, l'accent doit être mis sur l'acquisition de méthodes. (MESSRS, 1996a, p.1).

L'activité des élèves est à privilégier en les orientant vers la résolution de problèmes et en limitant le contenu aux notions et aux résultats essentiels. La mise en place du raisonnement mathématique et des différentes phases de la démarche mathématique est au centre de l'enseignement des mathématiques en classe de seconde C :

> Il convient de souligner les formes diverses des raisonnements mathématiques mis en jeu dans les situations étudiées. Tout exposé a priori de logique mathématique est exclu. C'est à travers les activités que l'on mettra en lumière les différentes phases de la démarche mathématique : expérimentation, conjectures, argumentation, élaboration d'une preuve et rédaction de la démonstration. (MESSRS, 1996b, p.1)

L'utilisation des connecteurs et des quantificateurs y est aussi recommandée. La clarification des notions d'exemple, de contre-exemple, de vérification, de conjecture, de déduction et d'équivalence figure au centre des objectifs au programme.

> Ainsi, tout au long de l'année, chaque fois que cela peut faciliter la compréhension, il est bon d'apprendre aux élèves à utiliser :
>
> - les connecteurs : "et", "ou" ;
> - les quantificateurs : "quel que soit", "il existe".
>
> En fin d'année scolaire, les élèves doivent avoir une idée claire des notions suivantes :
>
> - notion d'exemple,
> - notion de contre-exemple (utilisation du contre-exemple),
> - notion de vérification,

> -notion de déduction (si...alors...; hypothèse; conclusion; condition nécessaire; condition suffisante),
> - notion de conjecture,
> - notion d'équivalence (...si et seulement si...). (MESSRS, 1996b, p.1)

Le programme spécifie que les sujets présentant de trop grandes difficultés conceptuelles ou techniques doivent être écartés au bénéfice de ceux développant chez les élèves une bonne solidité sur les points essentiels et les savoir-faire fondamentaux. On constate que la classe de seconde marque le début d'un véritable apprentissage de la démonstration. L'utilisation des quantificateurs et connecteurs doit être faite en liaison avec d'autres contenus car le programme proscrit un cours spécifique de logique. Le programme reste cependant muet sur l'utilisation des symboles des quantificateurs et d'autres symboles. Le fait que les programmes des classes antérieures aient été explicites sur l'exclusion des symboles nous laissent penser à une autorisation des symboles en classe de seconde C.

Les intentions de programmes de classes de terminales des séries C et E sont dans la continuité de ceux des programmes de la seconde C :

- poursuivre et approfondir la pratique d'une démarche scientifique ;
- exploiter les interactions entre les mathématiques et les autres disciplines ;
- initier une réflexion sur l'existence de structures mathématiques.

Les programmes mettent l'accent sur la résolution de problèmes, l'entrainement à l'activité scientifique et la promotion de l'acquisition de méthodes chez les élèves

> On dégagera clairement les objectifs, on s'attachera à mettre en place des synthèses brèves, on veillera à respecter les limites strictes du programme en ce qui concerne le niveau d'approfondissement des concepts et le degré de technicité exigible.
> Dans la perspective d'une formation ultérieure en mathématiques plus spécialisée, on mettra en évidence, principalement en Terminale C, la notion d'une identité de structure pour des ensembles d'objets de natures différentes, sans que pour autant cette structure fasse l'objet d'une étude en soi. C'est ainsi, par exemple, qu'à l'occasion d'un travail sur les nombres complexes, de certaines transformations du plan, on abordera la notion de groupe et de corps. Le calcul vectoriel dans le plan ou dans l'espace permettra de rappeler la notion d'espace vectoriel sur IR. (MESSRS, 1996d, p.1)

Ce passage des programmes montre qu'il est exclu une étude systématique des structures algébriques.

L'étude des programmes de l'enseignement secondaire nous a montré une structuration en termes de contenus, d'objectifs et de méthodes assez rigoureuses et explicites. Les instructions et commentaires accompagnant ces programmes ont le mérite de fixer l'enseignant sur ce qu'il doit faire pour les élèves en fonction des classes. Sur le plan de la démonstration, on a perçu un agencement assez clair dans les objectifs de la sixième à la terminale. De la sensibilisation à la démonstration en classes de $6^{ème}$ et de $5^{ème}$ on passe à l'entrainement de la démonstration en classes de $4^{ème}$ et de $3^{ème}$ pour terminer par la mise en place d'une démarche scientifique dans les classes du second cycle. Les quantificateurs existentiel et universel sont vus en classe de seconde sans instruction sur l'utilisation de leurs symboles. Les cours spécifiques de logique sont exclus et les structures algébriques ne doivent pas faire l'objet d'une étude en soi.

D'après les programmes, les principales exigences en démonstration de la sixième à la terminale D et à la terminale C peuvent se résumer à la maîtrise de la pensée déductive sur de courtes séquences et de la démonstration par récurrence. En terme de formalisme, l'utilisation des connecteurs "et" et "ou" et des quantificateurs "quelque soit" et "il existe" sont des objectifs du programme. Toute fois l'utilisation des symboles des quantificateurs ne sont pas au programme.

Après l'analyse des programmes de l'enseignement secondaire, nous analysons dans les lignes qui suivent ceux de l'enseignement supérieur.

5.3.3.1.2. Les programmes de mathématiques des semestres 1 et 2 de la licence sciences et technologies[33].

Avant l'entrée dans le système LMD en 2010, le programme de mathématiques de la première année des filières scientifiques de l'université se subdivisait en deux cours : un cours d'algèbre et un cours d'analyse. Chaque cours avait un volume horaire de 150

---

[33] Les deux premiers semestres de la licence sciences et technologies constituent la première année des filières scientifiques à l'université de Ouagadougou depuis l'entrée dans le système LMD.

heures subdivisé en 75 heures de cours théoriques et 75 heures de travaux dirigés. Les contenus sont les suivants :

Analyse (Cours : 75 heures Travaux dirigés : 75 heures)

- ✓ Les nombres réels, construction de $\mathbb{R}$; suites numériques-convergence ; propriétés topologiques et analytiques
- ✓ Fonctions réelles - fonctions continues ; Limites ; Fonctions continues ; Fonctions élémentaires
- ✓ Continuité uniforme
- ✓ Calcul différentiel ; Théorèmes fondamentaux ; Développement de Taylor ; Extrema
- ✓ Calcul intégral ; Intégrale de Riemann ; Sommes de Darboux et de Riemann ; Techniques d'intégrations ; Intégrales classiques
- ✓ Equations différentielles du 1er et du 2^{nd} ordre

Algèbre (cours : 75 heures, travaux dirigés : 75heures)

- ✓ Structures fondamentales, magnas, monoïdes, groupes anneaux corps
- ✓ Anneau des polynômes - Zéros des polynômes
- ✓ Fractions rationnelles - décomposition en éléments   simples
- ✓ Espaces vectoriels - applications linéaires
- ✓ Systèmes linéaires - théorie du rang - déterminants
- ✓ Espaces vectoriels euclidiens

Ces programmes sont une liste de contenus, sans instructions particulières en termes d'exigences sur la démonstration et le formalisme.

Les programmes actuels de la première année des filières scientifiques de l'université sont ceux adoptés à l'entrée au système LMD en 2010. Ces programmes en vigueur mais toujours en relecture contiennent deux cours de mathématiques désignés respectivement MATH11 et MATH12. Ces deux cours constituent les cours de mathématiques de la première année d'étude (S_1 et S_2) des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou.

D'après les documents programmes, le cours MATH11 est commun à toutes les filières et se déroule au premier semestre. Ce cours destiné à réviser les bases et à égaliser les niveaux est destiné à tous les étudiants des parcours biologie, biochimie, géologie, informatique, mathématique, chimie physique.

Ce cours d'un volume horaire de 40 heures se subdivise en cours théoriques et travaux dirigés. Il porte sur les contenus suivants :

✓ La géométrie élémentaire du plan (repérage dans le plan, produit scalaire, déterminant de deux vecteurs, droites du plan, distance d'un point à une droite, équation normale d'une droite, coniques),

✓ la géométrie élémentaire de l'espace (repérage dans l'espace, produits scalaire et vectoriel, déterminant, produit mixte),

- ✓ la notion d'espace vectoriel (combinaisons linéaires de vecteurs, bases, coordonnées)
- ✓ les nombres complexes (construction de $\mathbb{C}$, notion de corps)
- ✓ les nombres réels, les suites numériques
- ✓ les fonctions numériques (continuité, théorèmes de valeurs intermédiaires)

Nous constatons, de notre expérience d'enseignants, que la plupart des notions, sont dans leur large majorité étudiées en classe de terminale C. Ce cours étant destiné à tous les étudiants des filières scientifiques, les mathématiques de la série D devraient suffire comme préréquis à ce cours. Autrement dit tous les bacheliers de la série D devraient pouvoir suivre ce cours sans trop de difficultés puisque le BAC est encore un examen très sélectif (38,38% de succès en 2012). On peut sans risque de se tromper dire que les bacheliers sont au moins des élèves moyens.

Quand au cours MATH12, il n'exige pas une validation du cours MATH11. On pourrait alors penser que les seuls préréquis sont aussi les connaissances mathématiques de la terminale D. Mais ce cours utilise les acquis mathématiques de MATH11 comme nous le verrons dans son contenu. Il est prévu au semestre 2 et est destiné aux étudiants des filières chimie, informatique, mathématiques et physique. Il se subdivise en deux parties : analyse et algèbre et géométrie.

Dans la partie analyse, sont à l'étude :

- Les suites numériques (suites extraites, suites de Cauchy, théorème de Bolzano-Weierstrass).

- les fonctions réelles (fonctions continues, fonctions continues et monotones, fonctions réciproques, fonctions dérivables, formule de Taylor, développements limités.

La partie algèbre porte sur :

- les espaces vectoriels (définitions, sous-espaces vectoriels, bases et dimension).
- les applications linéaires (noyau, image, calcul dans l'espace vectoriel $l(E,F)$).
- Les matrices (définition, calcul matriciel, changement de base, déterminants d'ordre 2 et 3).

Les instructions

Nous constatons sur le plan de la forme, à la différence des programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire, qu'il n'y a d'objectifs spécifiques définis par contenu d'enseignement. Il n'y a pas non plus des instructions ou des commentaires indiquant la méthodologie ou circonscrivant les notions à enseigner. L'organisation du cours en cours théoriques et en travaux dirigés avec plusieurs enseignants laisse voir la rupture avec les pratiques enseignantes au secondaire. Il n'y a pas de consignes spécifiques en ce qui concerne la démonstration et le formalisme.

Que retenir de l'analyse des programmes de mathématiques de la première année des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou?

On peut noter que l'entrée dans le système LMD a vu une diminution du volume horaire des cours de mathématiques des filières scientifiques. Le constat que nous faisons est que les programmes de mathématiques de la première année des filières scientifiques sont assez synthétiques. Il n'y a pas de balises en termes d'objectifs spécifiques d'enseignement. Il n'y a pas d'orientation méthodologique globale et spécifique d'enseignement, ce qui peut ouvrir la voie à tous les manquements ou excès tant dans la méthodologie que dans les contenus d'enseignement.

Sur le plan du formalisme et de la démonstration, les contenus comme les structures algébriques, les fonctions numériques, les suites numériques pour ne citer que celles-ci sont d'énormes réservoirs de formalismes mathématiques. Par exemple les définitions de limite de fonction ou de suite seront formelles avec l'utilisation de plusieurs quantificateurs : $\forall \varepsilon > 0, \exists \eta > 0 / |x - x_0| < \eta \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$ et $\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N} / n > N \Rightarrow |u_n - l| < \varepsilon$. Les limites de références des fonctions et des suites seront démontrées. Dans ce volet on notera l'absence de cours spécifiques de logique dans les contenus ci-dessus évoqués.

De l'analyse des programmes des deux cycles d'enseignement, il se dégage une différence de structuration tant dans le fond que dans la forme au niveau des deux ordres d'enseignement : l'encadrement des activités d'enseignement au secondaire à travers des consignes en termes d'objectifs et de méthodologie et la quasi-liberté dans ces deux volets laissée aux enseignants du supérieur. Les aspects de formalisme et de démonstration sont aussi encadrés au secondaire avec les instructions et commentaires du programme. Le manque d'instructions spécifiques sur ces aspects dans le supérieur peut être source d'un saut dans les exigences en formalisme et en démonstration.

Après l'analyse des programmes de mathématiques, nous présentons et analysons les informations recueillies auprès des enseignants et des apprenants relatives à l'enseignement de la démonstration et du formalisme. Nous abordons successivement leurs points de vue sur l'enseignement des quantificateurs et autres symboles mathématiques, de la logique et du raisonnement mathématique.

5.3.3.2. Enseignement/apprentissage des quantificateurs et des symboles

L'enseignement/apprentissage des quantificateurs dans les deux niveaux d'enseignement est un volet de notre recherche. Dans ce sens, les enseignants ont été interrogés par questionnaire sur l'enseignement des quantificateurs existentiel et universel. De même le niveau d'acquisition de ces quantificateurs par les élèves a été recherché.

Les enseignants du secondaire dans leur large majorité reconnaissent ne pas pratiquer un enseignement systématique des quantificateurs au secondaire. Des vingt-quatre (24) enseignants interrogés, quinze (15) affirment ne pas enseigner les quantificateurs contre sept (7) qui enseignent les quantificateurs.

Le même constat est fait lors des entretiens avec les enseignants du secondaire. Le professeur_n°1 dira:

> A mon niveau pour les quantificateurs qu'on utilise au secondaire, en général ils [les élèves] n'ont pas trop de problèmes. En fait ces quantificateurs sont limités, en général ils ont une bonne maîtrise de ces quantificateurs et de ces symboles. Le plus souvent ce sont les quantificateurs suivants qui sont utilisés: "pour tout", "il existe". On n'utilise pas le symbole pour le quantificateur existentiel "il existe" mais pour le quantificateur universel "pour tout" on utilise le symbole. Il y a aussi les symboles d'équivalence, l'implication c'est rarement qu'on utilise l'équivalence car en général les propriétés qu'on étudie utilisent la double implication. Ce qui fait que c'est le symbole de la double implication qui est utilisé.

Il parle d'une utilisation limitée des quantificateurs. Le symbole du quantificateur existentiel n'est pas enseigné selon lui. Le symbole de l'implication est enseigné tandis que celui de l'équivalence ne doit pas l'être selon lui.

Le professeur_n°3 pense que les élèves ne connaissent pas très bien les quantificateurs :

> […] les quantificateurs, ils ne les connaissent pas. Le si et seulement si, ça va un peu. Souvent les unions, inclusions c'est des problèmes, […]. Ça fait qu'en probabilités on a des problèmes. Les expressions "au moins», "au plus" sont sources de problèmes.

Le professeur_n°4 indexe une interdiction d'enseigner et d'utiliser les symboles des quantificateurs :

> Au secondaire on n'enseigne plus de quantificateurs. On nous dit de ne même pas les utiliser ou de les utiliser carrément en toutes lettres. On ne les enseigne pas en temps que tels, on les énonce seulement c'est tout. Ce que je dis est valable pour la Terminale D car c'est leur programme que je connais.

Le professeur_n°5 dira que les élèves ne maîtrisent pas l'utilisation des symboles et des quantificateurs :

> Ils ne maîtrisent pas l'utilisation des symboles. Ils les emploient à tort et à travers sans comprendre le sens. J'en ai rencontré. Une des raisons à cette non maîtrise est qu'ils n'ont pas été entrainés. Même dans les programmes on dit de ne pas l'enseigner de façon directe mais peut-être dans leur utilisation faire apercevoir le sens de ces symboles aux élèves. Ils les utilisent à tord et à travers parce qu'ils ont déjà vu ces symboles sans savoir ce que c'est. Dans l'ancien programme, en seconde on commençait par ce chapitre sur les quantificateurs. Nous, on a commencé avec ça, les éléments de logique, je pense que ça aide. Ça dépend de l'enseignant en partie, si l'enseignant ne connait pas l'utilisation des symboles et quantificateurs, comment va-t-il les enseigner? Dans les programmes c'est clair, il est dit de ne pas enseigner comme un chapitre, mais au moment d'utiliser on essaie d'expliquer. Il faut trouver des occasions pour les utiliser et expliquer. Un enseignement de ces éléments comme chapitre peut être une solution à leur maîtrise par les élèves. Nous, on a reçu cet enseignement et ça nous a aidés.

Cette défaillance dans l'utilisation des quantificateurs et des notations symboliques est imputée aux instructions des programmes d'enseignement. L'enseignant dans cet extrait fait référence aux anciens programmes qui permettaient l'enseignement de la logique et des quantificateurs en tant que chapitre dès la seconde. Les nouveaux programmes intimant l'enseignement de la logique et de son vocabulaire à travers d'autres contenus créent certainement chez certains professeurs l'occasion de ne pas réaliser cet enseignement. Dans l'extrait, le professeur parle de la non maîtrise des quantificateurs par certains enseignants, perpétuant cette défaillance à leurs apprenants, dont certains seront un jour professeur de lycées.

L'Enseignant_n°3 affirme que l'enseignement des quantificateurs au secondaire est l'œuvre des professeurs qui vont au-delà de l'esprit des programmes :

> En général, on n'utilise pas les symboles au lycée. Sauf ceux qui exagèrent, sinon dans les programmes on écrit en toute lettres je crois bien. Personnellement quand j'étais au lycée je n'ai pas vu ça.

Les propos de cet enseignant-chercheur laisse voir une méconnaissance des programmes du secondaire, il se réfère à ses souvenirs.

De l'analyse des propos des enseignants interrogés, l'enseignement des quantificateurs et de leurs symboles, s'il n'est pas interdit par les programmes, devrait se faire en lien avec d'autres leçons au programme. Cela aboutit à une défaillance dans l'enseignement de ces quantificateurs et de la logique mathématique. Notre analyse des programmes confirme l'interdiction d'une leçon spécifique de logique au secondaire (l'enseignement des quantificateurs et de la logique se fera en lien avec d'autres parties du programme). Quant à l'interdiction de les enseigner avec leurs symboles, cela relève de l'interprétation personnelle ou de la spéculation individuelle. Au post-primaire l'interdiction d'utilisation de certains symboles est formellement notifiée, ceci n'est pas explicite dans les classes du secondaire.

Les élèves ont été interrogés sur la maîtrise des symboles des quantificateurs universel et existentiel, de l'implication et de l'équivalence. Des expressions tels que « il existe », « il existe un et un seul », « …équivaut à … », « quelque soit.. », « …implique… » « …signifie… » ont été proposés aux élèves qui devaient montrer la connaissance de leur symbole. Le tableau ci-dessous donne les résultats du dépouillement.

Tableau 14: Connaissances des symboles et éléments de formalisme par les élèves

Expressions / Point de vue	implication		Equivalence 1 "équivaut à "		Equivalence 2 "…signifie.»		Pour tout...		Quelque soit...		Il existe un...		Il existe un et un seul…	
	Effectif	%	Effectif	%	Effectif	%	Effectif	%	Effectif	%	Effectif	%	Effectif	%
Sans réponses	25	8,3	25	8,3	24	7,9	25	8,3	24	7,9	24	7,9	26	8,6
Oui	189	62,6	203	67,2	217	71,9	187	61,9	204	67,5	149	49,3	47	15,6
Non	88	29,1	74	24,5	61	20,2	90	29,8	74	24,5	129	42,7	229	75,8
Total	302	100,0	302	100,0	302	100,0	302	100,0	302	100,0	302	100,0	302	100,0

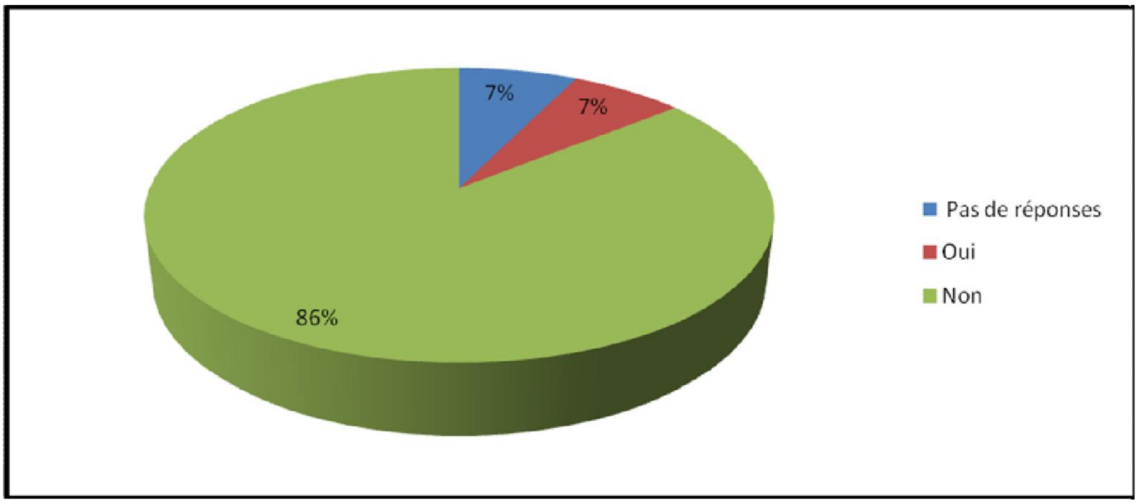
Les expressions «...équivaut... », « …signifie… » de l'équivalence marquent des taux respectifs de 67,2% et de 71,9%.

L'expression « …implique… » de l'implication enregistre un taux de 62,6%

Les expressions « quelque soit.. », « pour tout … » du quantificateur universel obtiennent des taux de connaissance par les élèves du secondaire respectives de 61,9% et 67,5% L'expression « il existe.. » du quantificateur existentiel marque 49,3% tandis que le quantificateur d'existence et d'unicité enregistre un taux de 15,6%.

L'implication, le quantificateur universel, l'équivalence semblent les plus connus des élèves avec des différences sensibles pour les expressions du même type. Par exemple les expressions "…équivaut à…" et " …signifie.." de l'équivalence ne sont pas connues au même titre par les élèves. Il en est de même pour les expressions "…quelque soit…" et "…pour tout…" du quantificateur universel. Ces écarts peuvent marquer une connaissance approximative de ces éléments par les élèves.

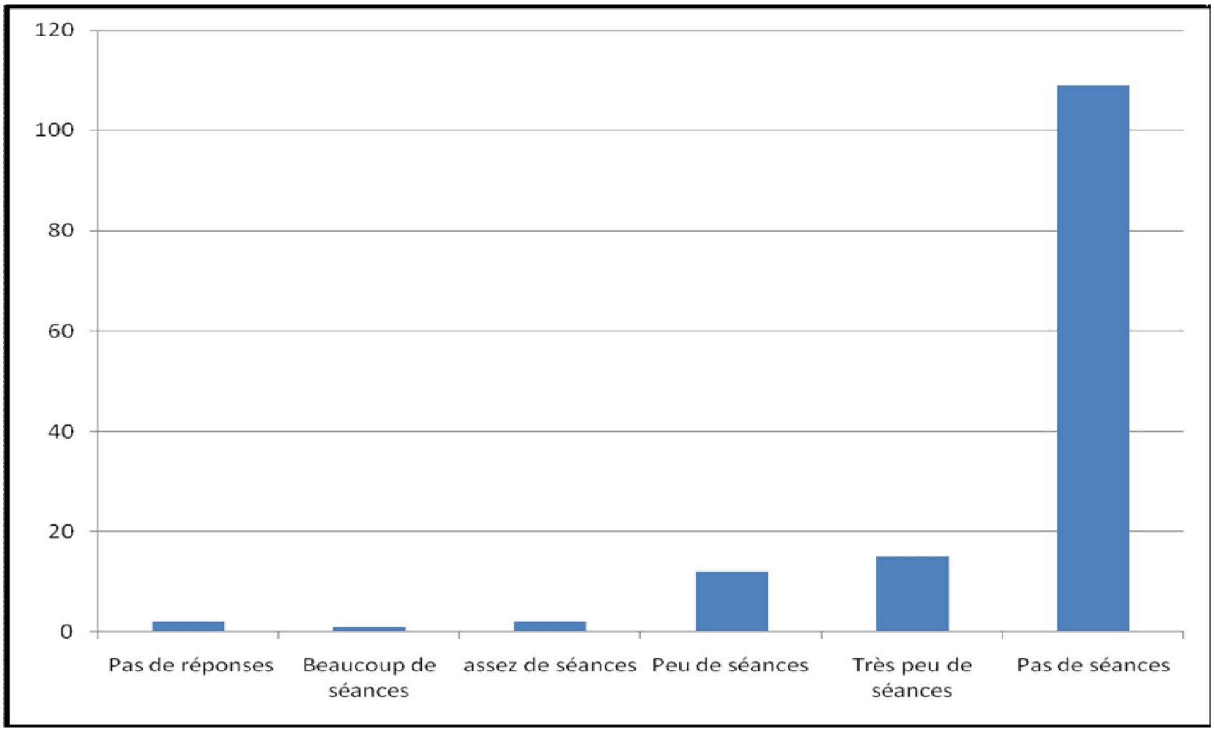
Le quantificateur existentiel marque le plus faible taux de connaissance de la part des élèves, confirmant les dires des professeurs relatifs à leur enseignement. Interrogés sur l'existence de cours spécifique d'apprentissage des symboles, les réponses des élèves sont résumées dans le graphique ci-dessous :



Graphique 14: Avis des élèves sur l'existence de cours spécifiques d'apprentissage des symboles

Le graphique met en relief que la majorité des élèves n'ont pas suivi de cours spécifiques d'apprentissage des symboles, confirmant l'avis des professeurs de lycées sur le sujet. Appelés à commenter leurs réponses, les élèves donnent comme mode d'apprentissage l'imitation du professeur pendant le cours et la correction d'exercices.

Le point de vue des étudiants sur ce point a été recherché à travers la question 12 du questionnaire qui leur est destinée. La suffisance de nombre de séances d'apprentissage des symboles et du langage mathématiques était indexée dans cette question. Le dépouillement donne le graphique suivant :



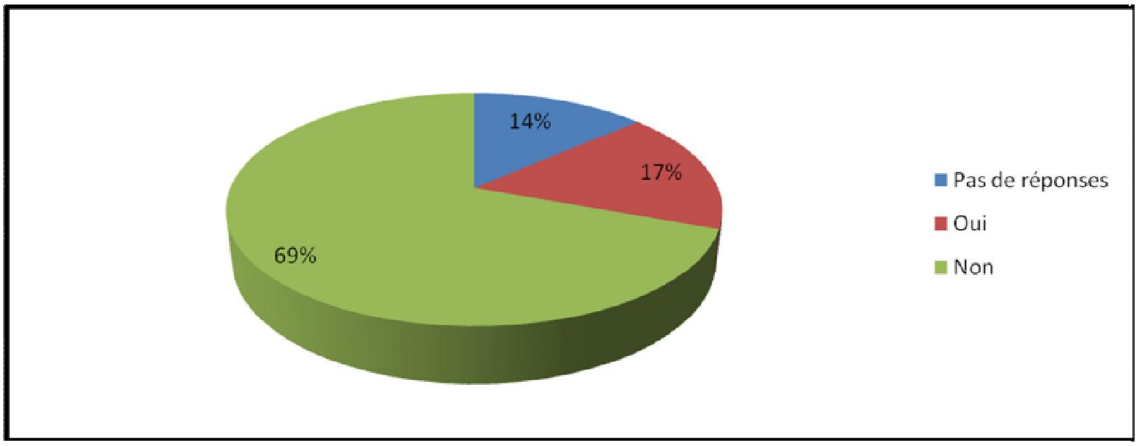
Graphique 15: Avis des élèves sur la quantité de séances d'apprentissage des symboles et du langage mathématiques

Près de 80% des étudiants interrogés affirment n'avoir pas suivi de cours d'apprentissage des symboles et du langage mathématiques de la sixième ($6^{ème}$) à l'entrée dans l'enseignement supérieur. Les étudiants évoquent l'arrivée brusque des symboles et du langage mathématique à travers les cours et les feuilles de travaux dirigés. D'autres raisons comme l'absence de programmation de ces cours, l'inexistence de tels cours dans le cursus sont évoquées. Certains étudiants évoquent leur initiative personnelle ou de listes de symboles remises par les professeurs pour justifier le peu d'apprentissage des symboles qu'ils ont eu.

5.3.3.3. Enseignement/apprentissage de la logique et du raisonnement mathématiques

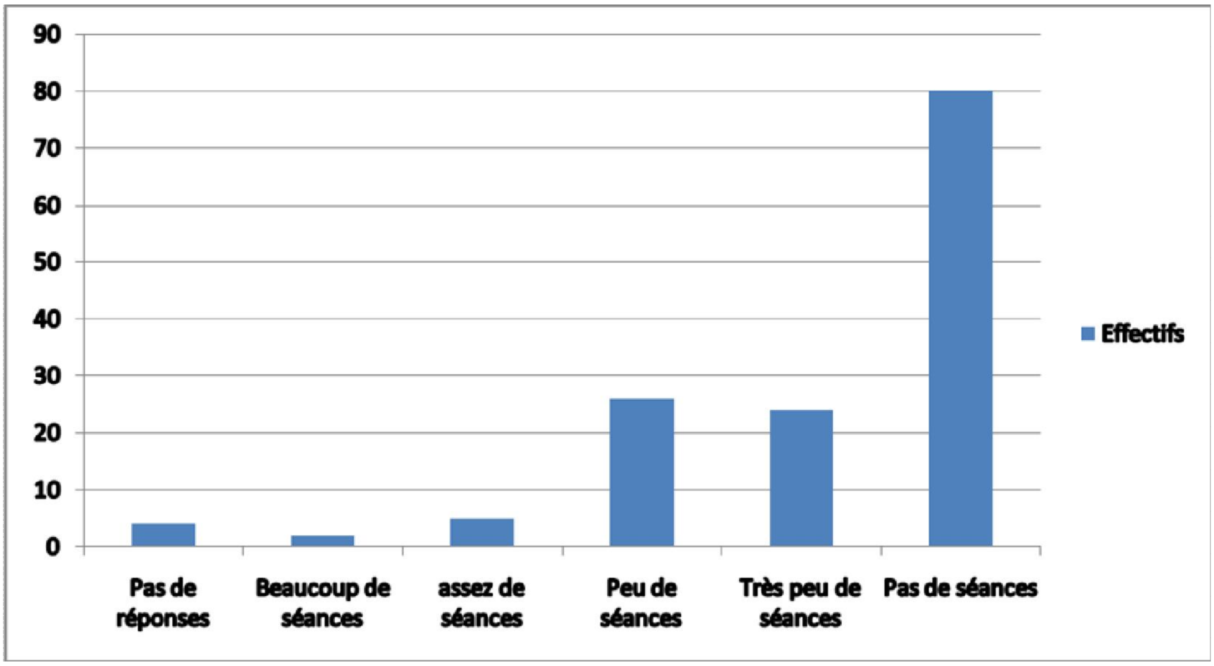
En ce qui concerne l'enseignement/apprentissage de la logique et du raisonnement mathématique les élèves et les étudiants ont été interrogés à l'aide du questionnaire sur l'effectivité de cours spécifiques d'apprentissage de la logique et du raisonnement mathématiques.

Les élèves étaient invités à répondre à la question « avez-vous suivi des cours pour l'apprentissage de la logique mathématique au lycée? ». Les étudiants de leur coté, étaient invités à juger de la suffisance des séances d'apprentissage de la logique. Les résultats obtenus sont compilés respectivement dans les graphiques 16 et 17.



Graphique 16: Avis des élèves sur l'existence de cours spécifiques d'apprentissage de la logique mathématique

Le graphique ci-dessus montre que plus de 70% des élèves interrogés n'ont pas reçus de cours spécifiques d'apprentissage de la logique mathématique.



Graphique 17: Avis des étudiants sur la quantité des cours d'apprentissage de la logique

Le graphique ci-dessus montre que 57% des étudiants n'ont pas reçu de séances d'apprentissage de la logique mathématique. Les étudiants évoquent plusieurs raisons pour expliquer la situation : l'absence de ce cours dans les programmes, la disponibilité des enseignants, la réduction[34] des heures de cours, etc. Les éléments de logique sont vus à travers les travaux dirigés ou dans d'autres disciplines.

A propos de l'existence de cours spécifiques de logique au lycée, le Professeur_n°2 dira :

> Il y a une partie du programme de quatrième qu'on a enlevée. La démonstration en mathématique est la partie qu'on a enlevée. Il n'y a pas un chapitre de démonstration réelle comme ça, parce que pour que l'enfant puisse démontrer rigoureusement les choses il faut qu'il y ait un chapitre réservé à la démonstration, qu'ils puissent développer l'esprit de logique. C'est en géométrie seulement qu'on leur montre comment il faut raisonner par hypothèse, c'est tout. En algèbre, on ne parle même pas de ça. Chacun se débrouille pour démontrer c'est tout.

---

[34] Ils comparent le volume horaire alloué aux mathématiques dans le système LMD et celui d'avant la mise en œuvre du LMD (300 heures divisées en parts égales entre cours théoriques et travaux dirigés contre 80 heures dans le système LMD)

Il ressort de ces propos l'inexistence de cours de logique au lycée. Il dit qu'une partie du programme a été enlevée et qu'il n'y a plus de chapitre dédié à l'apprentissage de la logique et à la démonstration. L'apprentissage de la démonstration selon lui passe par la géométrie où l'élève apprend à raisonner. L'analyse des programmes et notre expérience de professeur de lycée nous convainc de l'inexistence d'un cours spécifique sur la logique et la démonstration au secondaire. Il appartient au professeur de trouver les astuces pour incorporer cet apprentissage dans des situations qui s'y prêtent. Les programmes de mathématiques actuels au Burkina Faso, comme le montre notre analyse des programmes, interdit l'enseignement à part entière des notions de logique et de démonstration. L'apprentissage de la logique est donc laissé à l'initiative de l'enseignant du secondaire. Cette liberté ne garantit pas une acquisition des notions de logique, du formalisme et du raisonnement chez les élèves, préréquis des mathématiques enseignés en première année des filières scientifiques.

5.3.4. L'analyse de tâches données aux apprenants

Nous avons prévu dans notre approche méthodologique de faire une analyse de tâches proposées aux apprenants des enseignements secondaire et supérieur. Cette analyse vise à repérer une éventuelle rupture dans les exigences en formalisme et en démonstration. Nous avons retenu d'analyser des exercices donnés en classe de terminale (C et D) et des sujets de baccalauréat, examen terminal et certifiant de l'enseignement secondaire. De même des exercices de travaux dirigés et des sujets d'examen des semestres 1 et 2 de la licence Sciences et Technologies ont été retenus pour cette analyse. La grille d'analyse repose sur des questions que nous avons développées dans notre cadre théorique et que nous reprenons ici pour faciliter la lecture de ce paragraphe.

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?*
- ✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?*

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

- *L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?*
- *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?*
- *S'agit-il d'un type de problème qui était ignoré jusqu'alors?*
- *Quels types de raisonnements sont en jeu? (raisonnement par contraposée, raisonnement par récurrence, raisonnement par déduction, raisonnement par disjonction des cas, raisonnement par un contre exemple)*
- *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?*
- *Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?*
- *La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?*

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

- *Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?*
- *y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?*
- *y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?*
- *Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?*

Pour répondre à ces questions, en plus des énoncés, des réponses attendues aux tâches ont été rédigées par le chercheur.

5.3.4.1. L'analyse de tâches données aux élèves de terminale

Nous avons choisi d'analyser des exercices données en classe de terminale (C ou D) et les épreuves du baccalauréat de la période 2012-2013 des séries C et D comme nous l'avons précisé dans notre récit de collecte de données. Les exercices donnés en classe donnent une idée des exigences des enseignants en classe. Les épreuves mesurent les acquis en mathématiques des élèves du secondaire (classes de seconde, première et terminale). Elles permettent de nous situer sur les exigences en formalisme et en démonstration au secondaire. Le caractère national des épreuves de mathématiques du baccalauréat atténue les biais liés aux choix pédagogiques.

Nous avons aussi décidé de prendre des exercices ou des parties des épreuves proposées. Ces exercices ou parties de problèmes sont un ensemble de tâches qu'on ne saura extirper de leur contexte au risque de perdre les situations didactiques entourant ces tâches. Dans un souci de diversité et d'équilibre nous avons aussi choisi quatre exercices donnés aux élèves de la série C et quatre exercices donnés aux élèves de la série D. Les réponses proposées et servant de base à l'analyse sont du chercheur, qui s'est inspiré des propositions de solutions données aux correcteurs par l'office du baccalauréat[35].

Exercice 1 : Exercice proposé en classe de Terminale C année scolaire 2011-2012

Montrer que pour tout $k \in \mathbb{Z}$, $5k-2$ et $2k-1$ sont premiers entre eux

Réponse attendue à l'exercice (proposée par le chercheur)

Montrons que $5k-2$ et $2k-1$ sont premiers entre eux .

---

[35] L'office du baccalauréat est un service de l'université de Ouagadougou chargé de l'organisation du baccalauréat sur tout le territoire du Burkina Faso

Posons $d = PGCD(5k-2;2k-1)$ on a $d/5k-2$ et $d/2k-1$ donc $d/(5k-2-(2k-1))$ c'est-à-dire $d/3k-1$ et alors $d/(3k-1-(2k-1))=k$

$d/2k-1$ et d/k donc $d/k-1$ et par ricochet $d/(k-(k-1))$ c'est-à dire que $d/1$ donc d=1 et $5k-2$ et $2k-1$ sont premiers entre eux.

Analyse de l'exercice

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

✓*Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances mises en fonctionnement sont relatives à notion de nombres premiers entre eux. L'élève doit connaitre :

- la définition de nombres premiers entre eux,
- la propriété : Si $PGCD(a;b)=d$ alors d divise $a-b$

✓*A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Ces tâches se rapportent à l'arithmétique.

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

✓*L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?* L'énoncé propose une seule question.

✓*L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* L'énoncé est ouvert, même si il semble qu'il n'y a qu'une propriété à utiliser.

✓*S'agit-il d'un type de problème qui était ignorée jusqu'alors ?* Le problème n'est pas nouveau car ce type de problème est fréquemment donné en classe de terminale C.

✓ *Quels types de raisonnements sont en jeu?* C'est l'implication qui est le raisonnement en jeu dans cette tâche.

✓ *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?* Le formalisme dans cette tâche est relatif à l'emploi de la lettre k dans les deux nombres. Dans la résolution l'utilisation du PGCD (plus grand commun diviseur) et de la notation de la proposition « d divise a » par « d / a » confère une certaine place au formalisme.

✓ *Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* Il n'y a pas d'éléments implicites dans l'énoncé. Le quantificateur existentiel dans l'énoncé n'est pas caché même si son symbole n'est pas utilisé.

✓ *La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?* Il n'y a pas de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire, les nombres premiers entre eux sont vus dès la classe de cinquième.

✓ *Quelle est la structure de la démonstration? S'agit-il d'une chaîne ou d'un arbre d'inférences?* La démonstration dans cette tâche est une suite de déductions successives.

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

✓ *Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Dans ces tâches le niveau de fonctionnement des connaissances est de types technique, voire mobilisable. Le choix des éléments à chaque étape relève de l'élève malgré le fait que ce soit la même propriété qui est utilisée.

✓ *Y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* Le même argument est utilisé plusieurs fois.

✓*Y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* L'élément à introduire est le PGCD des deux nombres, ce qui suggérée par la propriété à utiliser.

✓*Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?* Le quantificateur universel en début d'énoncé est à repérer.

Exercice 2 : Exercice n°1, Bac C 2012 1er tour

Exercice 1 (4 points) *(Réservé aux candidats de la série C)*

1) On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation $(E) : 3x + 4y = -15$.

a) Vérifier que $(-1, -3)$ est une solution de (E).
b) Résoudre l'équation (E).

2) Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on considère la droite (Δ) dont une équation est $3x + 4y + 15 = 0$ et on désigne par A le point de (Δ) d'abscisse -1.

a) Montrer que si M est un point de (Δ) à coordonnées entières alors AM est un multiple de 5.
b) Soit N un point de (Δ) de coordonnées (x, y) vérifier que $AN = \frac{5}{4}|x+1|$.
c) En déduire que si AN est un multiple de 5 alors x et y sont entiers.

Réponse attendue à l'exercice (proposée par le chercheur, en se basant sur les éléments de correction fournis aux correcteurs par l'office du baccalauréat)

1. a) Vérifions que $(-1;-3)$ est une solution de (E)

On a $3\times(-1)+4\times(-3)=(-3)+(-12)=(-15)$ donc $(-1;-3)$ est solution de (E).

b) Résolution de (E)

On sait que 3 et 4 qui sont des nombres premiers entre eux, donc les solutions $(x;y)$ de l'équation (E) sont de la forme $x=-1+4k$ et $y=-3+3k$ où k est un entier relatif. $S=\{(-1+4k;-3+3k);k\in\mathbb{Z}\}$

2. $(\Delta):3x+4y+15=0$ et $A(-1;-3)$ car $A\in(\Delta)$ et $(-1;-3)$ est solution de $3x+4y+15=0$.

a) Soit $M(x;y) \in (\Delta)$, on a $(x;y)$ solution de (E) car $3x+4y+15=0 \Leftrightarrow 3x+4y=-15$, donc $x=-1+4k$ et $y=-3+3k$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

Ainsi $AM = \sqrt{(4k)^2+(3k)^2} = \sqrt{25k^2} = 5|k|$ et AM est un multiple de 5

b) Montrons que $AN = \frac{5}{4}|x+1|$. Lorsque $N \in (\Delta)$ on a $y = \frac{-3x-15}{4}$ donc $N\left(x;\frac{-3x-15}{4}\right)$ et

$$AN = \sqrt{(x+1)^2+\left(\frac{-3x-15}{4}+3\right)^2} = \sqrt{(x+1)^2+\left(\frac{-3x-3}{4}\right)^2} = \sqrt{(x+1)^2+\left(\frac{-3(x+1)}{4}\right)^2}$$

$$AN = \sqrt{\frac{16(x+1)^2}{16}+\frac{9(x+1)^2}{16}} = \sqrt{\frac{25(x+1)^2}{16}} = \frac{5}{4}|x+1|$$

c) Déduction

Si AN est un multiple de 5, on a $AN = 5k$ où $k \in \mathbb{Z}$ donc $\frac{5}{4}|x+1| = 5k$ et $|x+1| = 4k$ d'où $x=-1+4k \text{ } ou \text{ } x=-1-4k$

Si $x=-1+4k$ alors $y = \frac{-3(-1+4k)-15}{4} = -3-3k$ et si $x=-1-4k$ alors $y = \frac{-3(-1-4k)-15}{4} = -3+3k$. On a dans les deux cas x et y entiers.

Analyse de l'exercice

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances mises en jeu sont celles relatives à l'arithmétique, notamment celles relatives à la résolution d'équation dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$. Pour réussir cet exercice l'élève doit être capable de résoudre dans une équation du type $ax+by=c$ avec a et b premiers entre eux.

✓*A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Ces tâches se rapportent à l'arithmétique notamment aux propriétés des entiers relatifs (multiples, diviseurs, nombres premiers).

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

✓*L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?*

L'énoncé comporte plusieurs étapes. Les étapes sont liées. La réponse à la première question est utilisée dans la suite de l'exercice.

✓*L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* L'énoncé n'est pas ouvert car des questions suggèrent le cheminement pour d'autres questions. Dans le 1) la première sous-question permet à l'élève de retrouver la démarche à appliquer.

✓*S'agit-il d'un type de problème qui était ignorée jusqu'alors ?* Le problème n'est pas nouveau car ce type de problème est fréquemment donné en classe de terminale C.

✓*Quels types de raisonnements sont en jeu?* Dans cet exercice, le type de raisonnement utilisé est le raisonnement déductif.

✓*Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?* Le formalisme est présent à travers les notations utilisées dans la résolution des équations, le calcul des distances, la racine carrée et la valeur absolue.

✓*Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* Nous constatons qu'il n'y a rien d'implicite.

- ✓*La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?* Il n'y a pas de nouveaux éléments de symbolisme car le symbolisme lié aux équations, à la valeur absolu et à la racine carrée sont vus dans les classes antérieures.

- ✓*Quelle est la structure de la démonstration? S'agit-il d'une chaîne ou d'un arbre d'inférences?* Les démonstrations demandées sont simples étant des déductions obtenues par transformation des hypothèses contenues dans la question et l'utilisation de résultats déjà prouvés

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

- ✓*Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Dans ces tâches le niveau de fonctionnement est technique. Les hypothèses données induisent l'application directe de théorèmes et propriétés du cours

- ✓*Y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* Dans la première partie sur la résolution de l'équation, l'argument à invoquer est le théorème qui donne la solution de tel type d'équation à partir d'une solution particulière.

- ✓*Y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* Il n'y a pas de notation particulière à introduire.

- ✓*Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?* Il n' ya pas de quantification à repérer.

Exercice 3 : Problème Partie A, Bac C 2013 1er tour

Soit la fonction numérique g définie et dérivable sur $]-1;1[$ par $g(x)=\ln\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)$.

1)

a) Calculer les limites de g en -1 et en 1.

b) Calculer $g'(x)$ et en déduire le sens de variations de g.

c) Montrer que g est une bijection de $]-1;1[$ vers $\mathbb{R}$.

2) On désigne par h la bijection réciproque de g.

a) Montrer que pour tout réel x, $h(x)=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$.

b) Montrer que h est impaire.

3) Montrer que pour tous réels x et y on a : $h(x+y)=\dfrac{h(x)+h(y)}{1+h(x).h(y)}$.

Réponse attendue à l'exercice (proposée par le chercheur, en se basant sur les éléments de correction fournis aux correcteurs par l'office du baccalauréat)

1) a) les limites en -1 et 1

$$\lim_{x\to -1^+}\frac{1+x}{1-x}=0^+ \text{ car } \begin{cases}\lim\limits_{x\to -1}(1+x)=0^+\\ \lim\limits_{x\to -1}(1-x)=2\end{cases} \quad \text{donc } \lim_{x\to -1^+}\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}=0 \text{ et } \lim_{x\to -1^+}\ln\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)=-\infty$$

car $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{1+x}{1-x}=+\infty \text{ car } \begin{cases}\lim\limits_{x\to -1}(1+x)=2\\ \lim\limits_{x\to -1}(1-x)=0^+\end{cases} \quad \text{donc } \lim_{x\to 1^-}\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}=+\infty \text{ et } \lim_{x\to 1^-}\ln\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)=+\infty \text{ car}$$

$\lim\limits_{x\to +\infty}\ln x=+\infty$

b) Calcul de $g'(x)$

On a $g'(x)=\dfrac{\left(\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}\right)'}{\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}}=\dfrac{\dfrac{\dfrac{1-x+(1+x)}{(1-x)^2}}{2\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}}}{\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}}=\dfrac{\dfrac{2}{(1-x)^2}}{2\dfrac{1+x}{1-x}}=\dfrac{1}{(1-x)^2}\times\dfrac{1-x}{1+x}$ donc

$$g'(x)=\frac{1}{(1-x)(1+x)}$$

Pour tout x de $]-1;1[$ on a $(1-x)(1+x)>0$ donc g est strictement croissante sur $]-1;1[$.

c) Montrons que g est une bijection de $]-1;1[$ vers $\mathbb{R}$

g est dérivable (donc continue) et strictement croissante sur $]-1;1[$; elle réalise une bijection de $]-1;1[$ sur $g(]-1;1[)=]-\infty;+\infty[=\mathbb{R}$

2) a) montrons que $h(x)=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$

Soit y l'image de x par g, on a :

$$g(x)=y\Leftrightarrow \ln\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)=y$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}=e^y \Leftrightarrow \frac{1+x}{1-x}=\left(e^y\right)^2=e^{2y}$$

$$\Leftrightarrow 1+x=(1-x)e^{2y}\Leftrightarrow x+xe^{2y}=e^{2y}-1$$

$$\Leftrightarrow x\left(1+e^{2y}\right)=e^{2y}-1\Leftrightarrow x=\frac{e^{2y}-1}{e^{2y}+1}$$

$$h(y)=x=\frac{e^{2y}-1}{e^{2y}+1}$$

b) Montrons que h est impaire

h est définie sur $\mathbb{R}$, donc pour tout $x \in D_h$, on a $-x \in D_h$

$$h(-x) = \frac{e^{-2x}-1}{e^{-2x}+1} = \frac{\frac{1}{e^{2x}}-1}{\frac{1}{e^{2x}}+1} = \frac{\frac{1-e^{2x}}{e^{2x}}}{\frac{1+e^{2x}}{e^{2x}}} = \frac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}} = -h(x)$$

D'où h est impaire

3) Montrons que pour tous réels x et y on a $h(x) = \dfrac{h(x)+h(y)}{1+h(x).h(y)}$

$$h(x+y) = \frac{e^{2(x+y)}-1}{e^{2(x+y)}+1} = \frac{e^{2x+2y}-1}{e^{2x+2y}+1}$$

$$\frac{h(x)+h(y)}{1+h(x).h(y)} = \frac{\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}+\frac{e^{2y}-1}{e^{2y}+1}}{1+\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}.\frac{e^{2y}-1}{e^{2y}+1}} = \frac{\left(e^{2x}-1\right)\left(e^{2y}+1\right)+\left(e^{2x}+1\right)\left(e^{2y}-1\right)}{\left(e^{2x}+1\right)\left(e^{2y}+1\right)+\left(e^{2x}-1\right)\left(e^{2y}-1\right)}$$

$$= \frac{e^{2x+2y}+e^{2x}-e^{2y}-1+e^{2x+2y}-e^{2x}+e^{2y}-1}{e^{2x+2y}+e^{2x}+e^{2y}+1+e^{2x+2y}-e^{2x}-e^{2y}+1}$$

On a $\dfrac{h(x)+h(y)}{1+h(x).h(y)} = \dfrac{2e^{2x+2y}-2}{2e^{2x+2y}+2} = \dfrac{2\left(e^{2x+2y}-1\right)}{2\left(e^{2x+2y}+1\right)} = \dfrac{e^{2x+2y}-1}{e^{2x+2y}+1}$

Analyse de l'exercice

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances en fonctionnement dans cet exercice sont celles liées à l'étude des fonctions : limites, dérivées, sens de variation, parité, bijection réciproque et les fonctions logarithmes et exponentielle. En effet l'élève doit connaitre :
  - Les limites en 0 et en l'infini de la fonction logarithme

- Le théorème sur la limite d'une fonction composée
- Le lien entre sens de variation et signe de la dérivée
- Les théorèmes sur la dérivée de $\ln u$ et $\sqrt{u}$, $\frac{u}{v}$ et $u.$ u et v étant des fonctions numériques d'une variable réelle
- La définition d'une fonction impaire
- Le lien entre la fonction exponentielle de base e et la fonction logarithme népérien.
- Le théorème de la bijectivité d'une fonction d'un intervalle I vers un intervalle J relatif à la monotonie, la continuité de la fonction sur I.

  L'élève doit être en mesure d'exploiter ces connaissances pour réaliser la tâche

✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Ces notions se rapportent à l'étude des fonctions numériques d'une variable réelle et particulièrement à l'étude d'une fonction logarithme népérien.

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

✓ *L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes* ? L'exercice a plusieurs tâches liées entre elles. L'étape 1 a trois (03) questions dont la réponse à la dernière nécessite l'utilisation des réponses aux deux premières. Il en est de même pour les deux sous questions de la question 2.

✓ *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* Les questions de l'étape 1 induisent les propriétés à utiliser en classe de Terminale D et C. De même les étapes 2 et 3 de l'énoncé ne sont pas ouvertes car il n'y a pas de doute sur ce qu'on a à démontrer et la succession des questions indiquent les résultats à utiliser.

- ✓ *S'agit-il d'un type de problème qui était ignoré jusqu'alors?* Ce type de problème est courant en classe de terminale C et D

- ✓ *Quels types de raisonnements sont en jeu?* Le raisonnement utilisé dans les démonstrations demandées est le raisonnement déductif.

- ✓ *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?* Le formalisme est présent dans le calcul des limites (limite à gauche, limite à droite), des dérivées, de la fonction réciproque. L'élève doit amener la notation qui sied. Les notions de dérivées à gauche et à droite, de dérivée, de parité sont vues déjà en seconde ou en première.

- ✓ *Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* Nous constatons qu'il n'y a rien d'implicite.

- ✓ *La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?*

  Le symbolisme lié aux limites, à la fonction dérivée, à la fonction réciproque sont supposées connues des élèves depuis la classe de première.

- ✓ *Quelle est la structure de la démonstration? S'agit-il d'une chaîne ou d'un arbre d'inférences?* Ce sont des démonstrations simples. A la question 1) c) il suffit d'utiliser le sens de variation de g, les limites aux bornes de l'intervalle, sa continuité (à travers sa dérivabilité) pour déduire la bijectivité. Dans la question 2) a) on utilise la définition la relation entre un réel et son image et on exprime l'antécédent en fonction de l'image, cela nécessite des opérations algébriques qui sont dans les habitudes des élèves de terminale scientifique. Dans les questions 2) b) et 3) on réalise des opérations algébriques sur l'expression de h pour aboutir aux conditions de déduction de la proposition à établir.

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

- ✓ *Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Le niveau de mise en fonctionnement dans cet exercice est du type technique, il y a des recettes à appliquer pour aboutir aux résultats demandées.

- ✓ *Y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* A la question 1) c) il y a trois arguments à développer : la continuité de g, les limites aux bornes de $\left]-1;1\right[$ et la monotonie sur le même intervalle. Pour montrer que h est impaire, il faut montrer deux aspects : le fait que le domaine de définition soit centré en 0 et le fait que pour tout $x \in D_h$, $h(-x) = -h(x)$.

- ✓ *Y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* Dans la question 1 le formalisme à introduire est lié à la notation et à la gestion des limites, de dérivée et des intervalles. Dans la question 2 la recherche de l'expression de la réciproque amène l'élève à introduire l'équation $h(x) = y$ et à résoudre. L'étude de la parité amène l'introduction et la transformation de $h(-x)$

- ✓ *Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?* Le quantificateur universel est à repérer dans la question 2) a). Elle est à utiliser dans la démonstration de la parité de h.

Exercice 4 : Problème Partie B, Bac C 2013 1er tour (cet exercice est la suite de l'exercice précédent dans le problème donné aux candidats)

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et vérifiant la propriété :

Pour tous réels x et y, $f(x+y) = \dfrac{f(x)+f(y)}{1+f(x).f(y)}$ (I).

1) Montrer que s'il existe un réel c tel que $f(c) = 1$ ou $f(c) = -1$ alors la fonction f est constante.

On suppose dans toute la suite du problème que f est non constante.

2)

a) En écrivant $x = \dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{2}$, montrer que pour tout réel x, on a : $-1 < f(x) < 1$.

b) Etablir que $f(0) = 0$ et en déduire que f est impaire.

3) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$ et pour tout réel x, on a :

$$\frac{1+f(nx)}{1-f(nx)} = \left(\frac{1+f(x)}{1-f(x)}\right)^n.$$

4) On pose $\dfrac{1+f(1)}{1-f(1)} = a$.

a) Exprimer pour $n \in \mathbb{N}$, puis pour $n \in \mathbb{Z}^*_-$, la valeur $f(n)$ en fonction de a.

b) On pose $x = \dfrac{p}{q}$ où $p \in \mathbb{Z}$ et $q \in \mathbb{N}^*$. Exprimer $f(x)$ en fonction de a.

Réponse attendue à l'exercice proposée par le chercheur, en se basant sur les éléments de correction fournis aux correcteurs par l'office du baccalauréat

1) Montrons que s'il existe un réel c tel que $f(c)=1$ ou $f(c)=-1$ alors f est constante

S'il existe un réel c tel que $f(c)=1$, pour tout réel x,

$$f(x+c) = \frac{f(x)+f(c)}{1+f(x).f(c)} = \frac{f(x)+1}{1+f(x)} = 1,$$

On aura $f(x+c)=1$ pour tout réel x , donc pour tout $f((x-c)+c)=1$ pour tout et $f(x)=1$ pour tout x et f est constante

S'il existe un réel c tel que $f(c)=-1$, pour tout réel x,

$$f(x+c) = \frac{f(x)+f(c)}{1+f(x).f(c)} = \frac{f(x)-1}{1-f(x)} = -1,$$

On aura $f(x+c)=-1$ pour tout réel x , donc pour tout $f((x-c)+c)=-1$ pour tout et $f(x)=-1$ pour tout x et f est constante

2) a) Montrons que pour tout réel x, on a $-1<f(x)<1$

$$f(x)=f\left(\frac{x}{2}+\frac{x}{2}\right)=\frac{f\left(\frac{x}{2}\right)+f\left(\frac{x}{2}\right)}{1+f\left(\frac{x}{2}\right).f\left(\frac{x}{2}\right)}=\frac{2f\left(\frac{x}{2}\right)}{1+\left[f\left(\frac{x}{2}\right)\right]^2}$$

$$f(x)-1=\frac{2f\left(\frac{x}{2}\right)-1-\left[f\left(\frac{x}{2}\right)\right]^2}{1+\left[f\left(\frac{x}{2}\right)\right]^2}=-\frac{\left(f\left(\frac{x}{2}\right)+1\right)^2}{1+\left[f\left(\frac{x}{2}\right)\right]^2}$$ d'où $f(x)-1<0$ c.-à-d. $f(x)<1$

$$f(x)+1=\frac{2f\left(\frac{x}{2}\right)+1+\left[f\left(\frac{x}{2}\right)\right]^2}{1+\left[f\left(\frac{x}{2}\right)\right]^2}=\frac{\left(f\left(\frac{x}{2}\right)+1\right)^2}{1+\left[f\left(\frac{x}{2}\right)\right]^2}$$ D'où $f(x)-(-1)>0$ c.-à-d.

$f(x)>-1$

On a alors $-1<f(x)<1$.

b) Etablissons que $f(0)=0$

$$f(0)=f(0+0)=\frac{2f(0)}{1+\left(f(0)\right)^2}$$ donc $f(0).\left(1+\left(f(0)\right)^2\right)=2f(0)$

$\Leftrightarrow f(0)\left[\left(f(0)\right)^2-2f(0)+1\right]=0$

$\Leftrightarrow f(0)\left[f(0)-1\right]^2=0$

$\Leftrightarrow f(0)=0 \text{ } ou \text{ } f(0)=1$

$\Leftrightarrow f(0)=0 \text{ } car \text{ } f(x)\neq 1$ pour tout x réel

Ainsi $f(0)=0$

Déduisons que f est impaire

f étant définie sur tout IR, pour tout $x \in D_f$ on a $(-x) \in D_f$

$$f(0) = f(x+(-x)) = 0 = \frac{f(x)+f(-x)}{1+f(x).f(-x)}$$

Donc $f(-x)+f(x)=0$ et $f(-x)=-f(x)$

Alors f est impaire

3) Montrons par récurrence que pour tout réel x on a $\dfrac{1+f(nx)}{1-f(nx)} = \left(\dfrac{1+f(x)}{1-f(x)}\right)^n$

Pour $n=0$; $\dfrac{1+f(0.x)}{1-f(0.x)} = \dfrac{1+f(0)}{1-f(0)} = 1 = \left(\dfrac{1+f(x)}{1-f(x)}\right)^0$ la propriété est vraie pour $n=0$

Supposons la propriété vraie pour un entier $n \geq 0$; cela veut dire que

$\dfrac{1+f(nx)}{1-f(nx)} = \left(\dfrac{1+f(x)}{1-f(x)}\right)^n$ et testons la propriété pour $n+1$;

$$\frac{1+f\left((n+1)x\right)}{1-f\left((n+1)x\right)} = \frac{1+f\left(nx+x\right)}{1-f\left(nx+x\right)} = \frac{1+\dfrac{f(nx)+f(x)}{1+f(nx).f(x)}}{1-\dfrac{f(nx)+f(x)}{1+f(nx).f(x)}} = \frac{1+f(nx).f(x)+f(nx)+f(x)}{1+f(nx).f(x)-f(nx)-f(x)}$$

$$= \frac{\left(1+f(x)\right)\left(1+f(nx)\right)}{\left(1-f(x)\right)\left(1-f(nx)\right)} = \left(\frac{1+f(x)}{1-f(x)}\right)\frac{1+f(nx)}{1-f(nx)} = \left(\frac{1+f(x)}{1-f(x)}\right)\left(\frac{1+f(x)}{1-f(x)}\right)^n$$

car $\dfrac{1+f(nx)}{1-f(nx)} = \left(\dfrac{1+f(x)}{1-f(x)}\right)^n$

$$\frac{1+f\left((n+1)x\right)}{1-f\left((n+1)x\right)} = \left(\frac{1+f(x)}{1-f(x)}\right)\left(\frac{1+f(x)}{1-f(x)}\right)^n = \left(\frac{1+f(x)}{1-f(x)}\right)^{n+1}$$

La propriété est alors vraie pour $n+1$; elle est alors vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$; c'est-à-dire

$\dfrac{1+f(nx)}{1-f(nx)} = \left(\dfrac{1+f(x)}{1-f(x)}\right)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

4) Exprimons pour tout n de $\mathbb{N}$ la valeur de $f(n)$ en fonction de a, avec $\dfrac{1+f(1)}{1-f(1)} = a$

$$\frac{1+f(n)}{1-f(n)} = \frac{1+f(n.1)}{1-f(n.1)} = \left(\frac{1+f(1)}{1-f(1)}\right)^n = a^n$$

$$a^n = \frac{1+f(n)}{1-f(n)} \Leftrightarrow a^n\left(1-f(n)\right) = 1+f(n)$$

$$. \Leftrightarrow a^n - a^n f(n) = 1+f(n) \Leftrightarrow a^n - 1 = a^n f(n) + f(n)$$

$$\Leftrightarrow a^n - 1 = f(n)\left(1+a^n\right)$$

$$\Leftrightarrow f(n) = \frac{a^n-1}{1+a^n}$$

Exprimons pour tout n de $\mathbb{Z}$ la valeur de $f(n)$ en fonction de a

Pour $n \in \mathbb{Z}$, $p = -n$ appartient à $\mathbb{N}$ et $f(n) = f(-p) = -f(p) = -\dfrac{a^p-1}{1+a^p} = -\dfrac{a^{-n}-1}{1+a^{-n}}$ et

$f(n) = -\dfrac{\frac{1}{a^n}-1}{1+\frac{1}{a^n}} = -\dfrac{1-a^n}{1+a^n} = \dfrac{a^n-1}{1+a^n}$; Ainsi pour tout n entier relatif $f(n) = \dfrac{a^n-1}{1+a^n}$

b) $x = \dfrac{p}{q}$;

$$f\left(q.\frac{p}{q}\right)=f\left(p\right) \text{ or } \frac{1+f(p)}{1-f(p)}=\frac{1+f\left(q.\frac{p}{q}\right)}{1-f\left(q.\frac{p}{q}\right)}=\left(\frac{1+f\left(\frac{p}{q}\right)}{1-f\left(\frac{p}{q}\right)}\right)^q \text{ donc}$$

$$\frac{1+f\left(\frac{p}{q}\right)}{1-f\left(\frac{p}{q}\right)}=\sqrt[q]{\frac{1+f(p)}{1-f(p)}}$$

Comme $f(p)=\dfrac{a^p-1}{1+a^p}$ on a $\dfrac{1+f\left(\frac{p}{q}\right)}{1-f\left(\frac{p}{q}\right)}=\sqrt[q]{\dfrac{1+\frac{a^p-1}{1+a^p}}{1-\frac{a^p-1}{1+a^p}}}=\sqrt[q]{\dfrac{2a^p}{2}}=\sqrt[q]{a^p}=a^{\frac{p}{q}}$

$$a^{\frac{p}{q}}=\frac{1+f(\frac{p}{q})}{1-f(\frac{p}{q})}\Leftrightarrow a^{\frac{p}{q}}\left(1-f(\frac{p}{q})\right)=1+f(\frac{p}{q})$$

$$\Leftrightarrow a^{\frac{p}{q}}-a^{\frac{p}{q}}f(\frac{p}{q})=1+f(\frac{p}{q})\Leftrightarrow a^{\frac{p}{q}}-1=a^{\frac{p}{q}}f(\frac{p}{q})+f(\frac{p}{q})$$

$$\Leftrightarrow a^{\frac{p}{q}}-1=f(\frac{p}{q})\left(1+a^{\frac{p}{q}}\right)$$

$$\Leftrightarrow f(\frac{p}{q})=\frac{a^{\frac{p}{q}}-1}{1+a^{\frac{p}{q}}}$$

Ainsi $f(x)=\dfrac{a^x-1}{1+a^x}$

Analyse de l’exercice

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Cet exercice comme nous l’avons précisé plus haut est la suite de l’exercice précédent. Les connaissances mises en fonction relèvent de l’utilisation des fonctions. L’élève doit particulièrement connaitre et savoir exploiter dans les tâches proposées:
  - La définition d’une fonction impaire.
  - La définition d’une fonction constante.
  - Le raisonnement par déduction.
  - Le principe de la démonstration par récurrence.
  - Le principe de la démonstration par disjonction des cas.
- ✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Ces notions se rapportent au domaine mathématique de l’étude des fonctions numériques d’une variable réelle.

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

✓ *L’énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?* L’énoncé comporte plusieurs étapes qui sont liées. La question 2) a) a deux étapes dont la dernière exploite la première. Pour réussir la question 4, l’élève doit se référer au résultat démontré à la question 3.

- ✓ *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis ?* Des indications sont données par le biais du questionnement pour la plupart des questions. Les résultats des questions sont utilisés pour les questions suivantes et il n’y a pas de doute sur ce que l’apprenant doit prouver.

- ✓ *S'agit-il d'un type de problème qui était ignoré jusqu'alors?* Le type de problèmes n'est pas nouveau. la fonction constante, la parité, la récurrence sont vues dans les classes comme la seconde et la première. La démonstration par disjonction des cas est aussi vue au secondaire, et surtout dans cette tâche l'élève n'est pas amené à chercher lui-même les cas.

- ✓ *Quels types de raisonnements sont en jeu?* Dans la première question, l'élève est amené à faire un raisonnement par disjonction des cas, et dans chacun des cas il utilise un raisonnement déductif par calcul algébrique. La démonstration par récurrence est utilisée dans la question 3. Les réponses à la question 4 sont déduites de l'expression démontrée à la question 3.

- ✓ *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?* Dans cet exercice le formalisme est très important. Il se manifeste à travers les différentes expressions algébriques, les résolutions d'équations, le quantificateur universel et existentiel. le recours à différentes écritures d'un même élément (exemples $0=0+0$ et $0=x+(-x)$ et $x=\frac{x}{2}+\frac{x}{2}$, etc.) Pour établir que $f(0)=0$, l'élève doit introduire l'écriture $0=0+0$, de même pour déduire que f est impaire l'écriture $0=x+(-x)$ relève d'une activité de l'élève.
- ✓ *Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* la plupart des quantificateurs ne sont pas cachés, seulement l'énoncé ne contient pas les symboles des quantificateurs.

- ✓ *La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?* Il n'y a pas de nouveaux éléments de symbolisme et de vocabulaire

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

- ✓ *Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Le niveau de mise en fonctionnement est de type "technique" avec des indications pour certaines questions, mais le niveau passe à "mobilisable " à la dernière question.

- ✓ *y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* Dans cet exercice, il y a utilisation de plusieurs arguments suggérés ou pas par l'énoncé. La phrase introductive pose un argument sur la nature de la fonction f que l'élève ne saura éviter d'utiliser. Dans les deux premières questions chaque étape nécessite l'utilisation d'arguments suggérés par l'énoncé et de propriétés liées à la qualité de la qualité de la fonction f .

- ✓ *y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* L'élève est amené dans les questions 3 et 4 à opérer des notations diverses d'un même objet mathématique. En plus des différentes expressions de 0 dont nous avons fait cas dans les questions précédentes, l'élève doit introduire l'écriture $0=0+0$, de même pour déduire que f est impaire, l'écriture $0=x+(-x)$ relève de l'élève.

- ✓ *Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?*

  Le quantificateur existentiel est à considérer dans la question 1, même si son symbole n'est pas utilisé dans l'énoncé. Le quantificateur universel est présent dans la suite de l'exercice.

Exercice 5 : Exercice proposée en classe de Terminale D année 2012-2013

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. Soit les points $A(6;0;0)$; $B(0;3;0)$ $C(0;0;6)$ et $\vec{n}(2;4;2)=\overrightarrow{OD}$

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

2. Montrer le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal au plan (P) passant par A, B et C.

Réponse attendue à l'exercice (proposée par le chercheur)

1. Calculons les coordonnées de $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB}(0-6;3-0;0-0) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}(-6;3;0)$ et $\overrightarrow{AC}(0-6;0-0;6-0) \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}(-6;0;6)$

$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}(x;y;z)$ avec $x = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = 18$, $y = \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ -6 & -6 \end{vmatrix} = 36$, $z = \begin{vmatrix} -6 & -6 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = 18$ d'où $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}(18;36;18)$.

2. Montrons que $\vec{n}$ est orthogonal au plan (P) passant par A, B et C.

On sait que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}(18;36;18)$ est orthogonal au plan passant par A, B et C. or $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}(18;36;18) = 9\vec{n}$ donc $\vec{n}$ est orthogonal au plan (P) passant par A, B et C.

On pouvait aussi calculer $\left(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right) \wedge \vec{n}$. On obtient $\left(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right) \wedge \vec{n} = \vec{0}$ prouvant que les deux vecteurs $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et $\vec{n}$ sont colinéaires et on conclut que comme $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}(18;36;18)$ est orthogonal au plan (P), alors $\vec{n}$ est orthogonal au plan (P) passant par A, B et C.

Analyse de l'exercice

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances mises en fonctionnement portent sur la géométrie dans l'espace. L'élève, pour réussir la tâche proposée, doit connaitre la définition de vecteurs orthogonaux à un plan de l'espace et les propriétés y afférant. Il doit aussi être capable de :
    - calculer des coordonnées de vecteurs de l'espace,

- calculer le produit vectoriel de deux vecteurs de l'espace,
- utiliser la colinéarité ou le produit vectoriel pour établir des situations d'orthogonalité dans l'espace.

✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* La tâche donnée est relative à la géométrie de l'espace (orthogonalité et aspects analytiques).

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

✓ *L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?* L'énoncé comporte plusieurs étapes qui sont liées. .

✓ *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* L'énoncé n'est pas ouvert. les indices se retrouvent dans le calcul demandé à la première question. Sans cette question, l'élève devrait chercher la piste pour réussir la démonstration à la question 2.

✓ *S'agit-il d'un type de problème qui était ignorée jusqu'alors ?* Le problème n'est pas nouveau car ce type de problème est fréquemment donné en classe de terminale D

✓ *Quels types de raisonnements sont en jeu?* Dans cet exercice, le raisonnement est de type déductif.

✓ *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?* Le formalisme est lié à la notation vectorielle, au signe du produit vectoriel. Le calcul des coordonnées de $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ fait appel au déterminant qui est une autre source de formalisme. Toute fois ce formalisme n'est pas étranger aux élèves de terminale D.

✓ *Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* Il n'y a pas d'éléments implicites dans l'énoncé.

✓*La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?* Les nouveaux éléments de symbolisme

✓*Quelle est la structure de la démonstration? S'agit-il d'une chaîne ou d'un arbre d'inférences?* La question 2 demande une démonstration de type déductif.

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

✓*Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Dans ces tâches le niveau de fonctionnement est de type technique.

✓*Y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* Il n'y a pas plusieurs arguments à développer.

✓*Y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* La notion de vecteur normale est à introduire par l'élève, mais la question 1) indique un vecteur normal au plan ABC, le vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

✓*Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer* **?** il n'y a de quantificateur à repérer ou à utiliser.

Exercice 6 : Exercice donnée dans une classe de Terminale D année scolaire 2012-2013

Soit f la fonction définie par $1+\cos^2 x \neq 0$ $f(x)=\dfrac{\sin x}{1+\cos^2 x}$, Montrer que la droite $(D): x=\dfrac{\pi}{2}$ est un axe de symétrie.

Réponse attendue à l'exercice (proposée par le chercheur)

$f(x)$ existe pour tout x réel car $1+\cos^2 x \neq 0$ pour tout x réel.

$(D): x=\frac{\pi}{2}$ est un axe de symétrie si pour $x \in Df$ on a $\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \in Df$ et $\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \in Df$

et $f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$. Dans notre cas $Df = IR$ donc $\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \in Df$ et $\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \in Df$

On a :

$$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{1+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}=\frac{\cos x}{1+\sin^2 x} \text{ et } f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}{1+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}=\frac{\cos x}{1+(-\sin x)^2}=\frac{\cos x}{1+\sin^2 x}$$

D'où $f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$ et (D) est axe de symétrie.

Analyse de l'exercice

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances mises en fonctionnement sont celles relatives aux éléments de symétrie d'une courbe de fonction à une variable réelle. Pour réussir cet exercice l'élève doit connaitre une propriété établissant le fait qu'une droite (à partir de son équation) parallèle à l'axe des ordonnées est axe de symétrie de la courbe d'une fonction numérique.

- ✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Ces tâches se rapportent au domaine des fonctions numériques d'une variable réelle.

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

- ✓ *L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?* L'énoncé comporte une étape.

✓*L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* L'énoncé n'est pas ouvert car il ne nécessite qu'une application directe d'une propriété de cours suggérée par l'équation de la droite donnée.

✓*Quels types de raisonnements sont en jeu?* C'est le raisonnement déductif qui est mis en jeu dans cet exercice. A partir des données l'élève effectue des calculs pour trouver les conditions de déduction de la proposition à démontrer.

✓*Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?* Le formalisme en œuvre dans la tâche est relatif à l'expression des fonctions numériques. C'est un formalisme connu des élèves depuis les classes du post-primaire et mis en place explicitement en classe de seconde.

✓*Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* Il n'y a pas d'éléments implicites dans l'énoncé ou sur ce qui est à justifier.

✓*La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?* Il n'y a pas de nouveaux éléments de symbolisme, le symbolisme utilisé au niveau des fonctions est vu par les élèves comme nous le disons plus haut dans les classes antérieures à celle de Terminale D.

✓*Quelle est la structure de la démonstration? S'agit-il d'une chaîne ou d'un arbre d'inférences?* La démonstration est simple, il s'agit d'établir des conditions nécessaires pour qu'une droite $(D): x = a$ soit axe de symétrie d'une courbe de fonction numérique.

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

✓*Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Dans ces tâches le niveau de fonctionnement de type technique.

✓*Y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* Il n'y a pas plusieurs arguments à développer à la fois.

✓*Y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* Il n'y a pas d'éléments à introduire.

✓*Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?* Le quantificateur est le quantificateur universel présent dans la propriété à utiliser.

Exercice 7 : Exercice n°1, Bac D 2011 2nd tour

Exercice 1 (4 points)

On considère la suite (I_n) définie par :

$$I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x}dx \quad , \quad (n \in \mathbb{N}).$$

1) Calculer I_0, $I_0 + I_1$ et en déduire I_1.
2) Calculer $I_n + I_{n+1}$ en fonction de n.
3) Montrer que la suite (I_n) est décroissante et positive.
4) Montrer que $I_n \leq \frac{1}{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
5) En déduire que la suite (I_n) est convergente et déterminer sa limite.

Réponse attendue à l'exercice (proposée par le chercheur, en se basant sur les éléments de correction fournis aux correcteurs par l'office du baccalauréat)

1) Calcul de I_0 ; $I_0 + I_1$

$$* I_0 = \int_0^1 \frac{1}{1+x}dx = \left[\ln|1+x|\right]_0^1 = \left[\ln(1+x)\right]_0^1 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2 \ \ car\ 1+x>0$$

Donc $I_0 = \ln 2$

$$* \ I_0 + I_1 = \int_0^1 \frac{1}{1+x}dx + \int_0^1 \frac{x}{1+x}dx = \int_0^1 \frac{1+x}{1+x}dx = \int_0^1 dx = 1$$

Donc $I_0 + I_1 = 1$.

Déduction de I_1 : on a $I_0 + I_1 = 1$ donc $I_1 = 1 - I_0 = 1 - \ln 2$

2) Calculer $I_n + I_{n+1}$ en fonction de n.

$$* \; I_n + I_{n+1} = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x}dx + \int_0^1 \frac{x^{n+1}}{1+x}dx \int_0^1 \left(\frac{x^n}{1+x} + \frac{x^{n+1}}{1+x} \right) dx = \int_0^1 \frac{(1+x)x^n}{1+x}dx = \int_0^1 x^n dx =$$

$$= \left[\frac{x^{n+1}}{n+1} \right]_0^1 = \frac{1}{n+1}$$

Donc $I_n + I_{n+1} = \dfrac{1}{n+1}$

3) Montrer que la suite (I_n) est décroissante et positive.

Cherchons pour cela le signe de $I_{n+1} - I_n$

$$I_{n+1} - I_n = \int_0^1 \frac{x^{n+1}}{1+x}dx - \int_0^1 \frac{x^n}{1+x}dx$$

$$\int_0^1 \left(\frac{x^{n+1}}{1+x} - \frac{x^n}{1+x} \right) dx = \int_0^1 \frac{(x-1)x^n}{1+x}dx$$

Or pour tout x de $[0;1]$, on a $x^n \geq 0$, $x+1 \geq 0$ et $x-1 \leq 0$ donc $\dfrac{(x-1)x^n}{1+x} \leq 0$ d'où $I_{n+1} - I_n \leq 0$ et en conclusion $I_{n+1} \leq I_n$ et (I_n) est décroissante

*Montrons que la suite (I_n) est positive.

Pour tout x de $[0;1]$, on a $x^n \geq 0$, donc $\dfrac{x^n}{1+x} \geq 0$, donc $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^n}{1+x}dx \geq 0$. C'est-à-dire que $I_n \geq 0$ pour tout entier n et (I_n) est positive.

4) Montrons que $I_n \leq \dfrac{1}{n+1}$ pour tout $n \in IN$.

$I_n \geq 0$ et $I_{n+1} \geq 0$ donc $I_n \leq I_n + I_{n+1}$ $I_n \leq \frac{1}{n+1}$ car $I_n + I_{n+1} = \frac{1}{n+1}$.

5) Déduction de la convergence de la suite (I_n)

On a (I_n) est positive, la suite est alors minorée par 0 .La suite est décroissante et minorée par 0 donc elle est convergente.

Déterminons la limite :

Des questions 3) et 4) on tire $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$ et $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n+1} = 0$ donc $\lim_{n\to+\infty} I_n = 0$.

Analyse de l'exercice

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓*Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances mises en fonctionnement se rapportent au calcul intégral et aux suites numériques. Pour réussir cet exercice l'élève doit connaitre :
  - calculer des intégrales par primitivation,
  - les propriétés sur la somme d'intégrales et le signe d'une intégrale à partir du signe des la fonction à intégrer,
  - la définition du sens de variation d'une suite numérique,
  - le théorème sur la convergence des suites numériques par comparaison.
- ✓*A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Ces tâches se rapportent au calcul intégral et aux suites numériques

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

✓ *L’énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?*

Il y a plusieurs étapes liées entre elles. Les réponses aux étapes sont utilisées pour les étapes suivantes. Par exemple la réponse à la question 2 est utilisée pour la question 4.

✓ *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* Les questions ne sont pas ouvertes car elles constituent des indices pour les questions qui les suivent dans l’exercice.

✓ *S’agit-il d’un type de problème qui était ignorée jusqu’alors ?* Le problème n’est pas nouveau car ce type de problème est fréquemment donné en classe de terminale D

✓ *Quels types de raisonnements sont en jeu?* Dans cet exercice, c’est le raisonnement déductif qui est mis en jeu à partir de calculs, d’encadrement et des résultats précédemment obtenus.

✓ *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?* Le formalisme est relatif à la notation des intégrales et des suites numériques.

✓ *Y a-t-il des éléments implicites dans l’énoncé, notamment au niveau des problèmes d’existence ou d’unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* il n’y a pas de quantificateur implicite.

✓ *La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?* Il n’y a pas de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire. La notation des suites numériques et des intégrales sont connues des élèves de terminale D. La liaison entre suite numérique et intégrale semble être une association nouvelle pour ces élèves.

✓ *Quelle est la structure de la démonstration? S'agit-il d'une chaîne ou d'un arbre d'inférences?* Les démonstrations sont de type déductif. Dans la question 3, où une démonstration est demandée, la réponse est obtenue par comparaison d'expression de fonctions à intégrer avec la condition $x \in [0;1]$. A partir de cette condition, des encadrements sont déduits et le résultat est obtenu par application d'un théorème.

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

✓ *Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Dans ces tâches le niveau de fonctionnement est de type technique, voire mobilisable. La plupart des réponses sont obtenus par application de théorèmes du cours. Cependant certaines comparaisons sont laissées à l'initiative des élèves sur les éléments à comparer.

✓ *Y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* Il y a de fois plusieurs arguments à développer. Dans la dernière question l'élève doit évoquer la positivité, la majoration de la suite, la limite de la borne supérieure pour traiter les deux volets de la question, mêmes si celles-ci sont suggérées par les questions 3 et 4.

✓ *Y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* Il n'y a pas d'élément à introduire.

✓ *Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?* Les quantificateurs à repérer ou utiliser sont dans les questions 3 ,4 et 5. Il s'agit du quantificateur universel. Les propositions à démontrer sont valables pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 8: Exercice 2, Bac D 2013 1er tour

On considère la suite de terme général (u_n) défini par : $u_n = \dfrac{3u_{n-1} - 1}{u_{n-1} + 1}$; $n \geq 3$ et par son premier terme $u_2 = 3$.

1) Calculer $u_3 ; u_4$ et en déduire que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2) a) Montrer que (u_n) est minorée par 1.

b) Montrer que (u_n) est décroissante.

c) En déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

3) On pose $v_n = \dfrac{u_n + 1}{u_n - 1}$

a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on déterminera le premier terme et la raison. (on pourra exprimer v_n et v_{n-1} *en* fonction de u_{n-1}).

b) Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n.

c) Déterminer la limite de (u_n).

Réponse attendue à l'exercice proposée par le chercheur, en se basant sur les éléments de correction fournis aux correcteurs par l'office du baccalauréat

1) Calcul de u_3 et u_4 :

$$u_3 = \frac{3u_2 - 1}{u_2 + 1} = \frac{9-1}{3+1} = \frac{8}{4} = 2 \ ; \ u_4 = \frac{6-1}{2+1} = \frac{5}{3}.$$

$u_3 - u_2 = 2 - 3 = -1$; $u_4 - u_3 = \frac{5}{3} - 2 = -\frac{1}{3}$. Comme $u_3 - u_2 \neq u_4 - u_3$ alors (u_n) n'est pas arithmétique.

$\frac{u_3}{u_2} = \frac{2}{3}$ et $\frac{u_4}{u_3} = \frac{5}{3} \text{x} \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$. Comme $\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_4}{u_3}$ alors (u_n) n'est pas géométrique.

2) a) Minoration de (u_n) par 1.

Procédons par récurrence ; soit la propriété $P(n)$: $n \geq 2$, $u_n \geq 1$.

- $n = 2, u_2 = 3 \geq 1$ et $P(2)$ est vraie.
- Supposons $P(n-1)$ vraie et montrons que $P(n)$ est vraie.

$u_n - 1 = \dfrac{3u_{n-1}-1}{u_{n-1}+1} - 1 = \dfrac{2\left(u_{n-1}-1\right)}{u_{n-1}+1}$, or $u_{n-1} \geq 1$ d'après l'hypothèse de récurrence et $u_{n-1}+1 \geq 2$; donc $u_n - 1 \geq 0$ et par conséquent $u_n \geq 1$. D'où $P(n)$ est vraie.

- Ainsi pour tout $n \geq 2$, $u_n \geq 1$.

b) Montrons que (u_n) est décroissante.

$$u_n - u_{n-1} = \frac{3u_{n-1}-1}{u_{n-1}+1} - u_{n-1} = \frac{-u^2_{n-1}+2u_{n-1}-1}{u_{n-1}+1}$$

$= \dfrac{-\left(u_{n-1}-1\right)^2}{u_{n-1}+1} \leq 0$. Donc pour tout $n \geq 2$, $u_n - u_{n-1} \leq 0$, (u_n) est donc une suite décroissante.

c) Convergence et limite de (u_n) :

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, alors elle est convergente. De ce fait elle admet une limite.

Soit l cette limite, on a $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n-1} = l$; soit $l = \dfrac{3l-1}{l+1} \Rightarrow (l-1)^2 = 0$ et donc $l = 1$. D'où $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$.

3) $v_n = \dfrac{u_n+1}{u_n-1}$

a) Montrons que (v_n) est arithmétique :

$$v_{n-1} = \frac{u_{n-1}+1}{u_{n-1}-1} \text{ et } v_n = \frac{u_n+1}{u_n-1} = \frac{\dfrac{3u_{n-1}-1}{u_{n-1}+1}+1}{\dfrac{3u_{n-1}-1}{u_{n-1}+1}-1} = \frac{2u_{n-1}}{u_{n-1}-1}.$$

$$v_n - v_{n-1} = \frac{2u_{n-1}}{u_{n-1}-1} - \left(\frac{u_{n-1}+1}{u_{n-1}-1}\right) = \frac{u_{n-1}-1}{u_{n-1}-1} = 1.$$

D'où pour tout $n \geq 2$, $v_n - v_{n-1} = 1$; $v_2 = \frac{u_2+1}{u_2-1} = \frac{3+1}{3-1} = 2$. (v_n) est donc une suite arithmétique de raison 1 et de premier terme $v_2 = 2$.

b) (v_n) et (u_n) en fonction de n.

Pour $n \geq 2$, $v_n = v_2 + (n-2)r = 2 + (n-2) = n$.

Pour $n \geq 2$, $v_n = \frac{u_n+1}{u_n-1} \Leftrightarrow u_n = \frac{v_n+1}{v_n-1} = \frac{n+1}{n-1}$.

D'où pour $n \geq 2$, $v_n = n$ et $u_n = \frac{n+1}{n-1}$.

c) Calcul de la limite de (u_n).

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{n+1}{n-1} = 1.$$

Analyse de l'exercice

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances en jeu sont celles relatives aux suites numériques. Les élèves doivent connaitre :
  - o Les définitions d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique.
  - o Les définitions d'une suite majorée, minorée, convergente
  - o Le théorème sur la convergence d'une suite minorée et décroissante

L'élève doit être en mesure d'utiliser la définition de ces suites particulières pour confirmer ou infirmer la nature géométrique ou arithmétique d'une suite. Il doit aussi être capable d'utiliser les propriétés d'une suite géométrique pour déterminer son terme général. Il doit être en mesure de déterminer la limite d'une suite en fonction de son terme général.

- ✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Le domaine auquel se rapportent ces notions est celui des suites numériques

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

- ✓ *L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?* L'énoncé comporte plusieurs étapes qui sont liées. Les questions antérieures orientent et sont utiles à la résolution des questions suivantes.

- ✓ *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* Il n'y a pas d'indice à proprement parlé, mais le questionnement suggère à l'élève la méthode à suivre. De part notre expérience d'enseignants du secondaire[36], ces types d'exercices sont fréquents en classe de terminale D.

- ✓ *S'agit-il d'un type de problème qui était ignoré jusqu'alors?* Ce type de problème n'est pas nouveau pour les élèves de la classe de terminale D ou C. Nous dirons qu'il est routinier pour les élèves de ces classes.

- ✓ *Quels types de raisonnements sont en jeu?* Dans la première question, le raisonnement par contre exemple a été utilisée pour montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique. Le raisonnement par récurrence est utilisé pour montrer la minoration de la même suite. Le reste des démonstrations se base sur le raisonnement déductif.

- ✓ *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?*

---

[36] Le chercheur a enseigné au secondaire sans discontinuer de 2001 à 2008. Il a tenu durant cette période la classe de terminale D pendant chaque année scolaire

L'usage du formalisme est très important. Les notations d'usages pour les suites sont présentes tout le long de l'exercice. Ce formalisme peut être considéré d'usage habituel des élèves qui l'utilisent depuis la classe de première.

- ✓ *Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* pour la démonstration de la minoration de la suite (u_n) aucune méthode n'est recommandée, alors que la démonstration par récurrence semble la seule voie favorable.

- ✓ *La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?* Il n'y a pas de nouveaux éléments de symbolisme et de vocabulaire.

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

- ✓ *Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Le niveau de mise en fonctionnement des connaissances est technique pour la plupart des tâches.

- ✓ *y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* Il y a quelques arguments à développer. Par exemple pour montrer que la suite est convergente les arguments de minoration et de majoration de la suite sont utilisés même s'ils sont suggérés par la succession des questions.

- ✓ *y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* Il n'y a pas de notation à introduire. L'objet à introduire est la limite supposée l de la suite (u_n) pour permettre de retrouver sa valeur.

- ✓ *Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?* l'élève doit repérer le quantificateur universel contenu dans la définition de la suite (u_n) à savoir que l'expression $u_n = \dfrac{3u_{n-1} - 1}{u_{n-1} + 1}$ est valable pour tout n. De même la définition d'une suite arithmétique ou géométrique, la définition de la minoration et de la croissance d'une suite contiennent des quantificateurs universels à ne pas négliger.

Qu'est ce qui ressort de l'analyse :

De l'analyse des tâches données aux élèves du secondaire, nous faisons les constats suivants :

Axe 1: Description globale de la situation et contexte mathématique

Les connaissances mises en fonctionnement tournent autour de l'arithmétique, de la géométrie dans l'espace, des fonctions numériques et des suites. Ce sont des notions vues depuis la classe de première C ou D hormis l'arithmétique et la géométrie dans l'espace qui sont vus pour la première fois respectivement en classe de terminale C et de terminale D.

Axes 2 et 3: Des tâches prescrites et des activités attendues des élèves

- Le raisonnement prépondérant est le raisonnement déductif. Ce type de raisonnement est de niveau de difficulté moyen.. Le raisonnement par récurrence et par disjonction des cas complètent la liste des types des raisonnements utilisés.

- Les arguments utilisés dans les raisonnements sont donnés en indices ou suggérés par l'enchainement des questions. La plupart des questions sont non ouvertes, facilitant l'exécution des tâches.

- Le formalisme utilisé est familier aux élèves de terminale scientifique car ils les utilisent régulièrement en classe de terminale ou dans les classes antérieures.

- Le niveau de mise en fonctionnement des connaissances est du type technique pour presque toutes les tâches.

5.3.4.2. Analyse de tâches données aux étudiants de première année des filières scientifiques

Les tâches objets de l'analyse dans ce paragraphe sont des exercices données aux étudiants de la filière sciences et technologies dans les deux premiers semestres de licence. Le choix porté sur des exercices donnés au cours des années académiques 2011-2012 et 2012-2013, en apparence arbitraire, se justifie par l'actualité des sujets et leur disponibilité. Le choix de ces exercices est étroitement lié à notre thème de recherche.

Nous commençons l'analyse par un exercice donné au premier semestre de la licence sciences et technologie. C'est une des tâches traitées par les étudiants immédiatement après leur départ du secondaire. Des tâches données au second semestre travaux dirigés et en examen complètent la liste des tâches analysées.

Exercice 9 : (Exercice N°2, devoir n°2 de complément de Maths L1S1 ; Année académique 2011-2012)[37]

Exercice 2 (10 points)

1. Soit f une application involutive de A dans A, c'est à dire que l'on a $f \circ f = id_A$. Montrer qu'alors f est bijective et $f^{-1} = f$.
2. Soit $f : [0,1] \to [0,1]$, l'application définie par :

$$\text{pour tout } x \in [0,1] \quad f(x) = \begin{cases} x \text{ si } x \text{ est rationnel, c'est à dire } x \in \mathbb{Q} \\ 1 - x \text{ sinon} \end{cases}$$

   Démontrer que f est une application involutive
3. Soit $f : E \to\to F$ une application, A et B deux sous ensembles de E .
   (a) Montrer que $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$.
   (b) Montrer que si f est une injection alors $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$.

Réponse attendue à l'exercice (proposée par le chercheur)

1) Montrons que f est bijective

[37] Les sujets d'examens ont été scannés, une erreur de frappe est relevée à la question 3, il faut plutôt lire $f : E \to F$

- Soit x et y des éléments de A tels que $f(x) = f(y)$

On a $f\left[f(x)\right] = f\left[f(y)\right]$ et donc $fof(x) = fof(y)$ or $fof(x) = fof(y) \Leftrightarrow x = y$ car $fof = Id_A$ donc f est injective

- Soit $y \in A$, $f(x) = y \Leftrightarrow f\left[f(x)\right] = f(y) \Leftrightarrow fof(x) = f(y) \Leftrightarrow x = f(y)$ donc f est surjective

f est à la fois injective et surjective donc f est bijective

Montrons que $f^{-1} = f$

Soit $y \in A$, $f(x) = y \Leftrightarrow f\left[f(x)\right] = f(y) \Leftrightarrow fof(x) = f(y) \Leftrightarrow x = f(y)$ donc $f^{-1} = f$

2) démontrons que f est involutive

Soit $x \in [0;1]$

1er cas : $x \in Q$, $fof(x) = f\left[f(x)\right] = f(x) = x$ car $f(x) = x$

2ème cas : $x \notin Q$, $fof(x) = f\left[f((1-x)\right] = \left[1-(1-x)\right] = x$ car $f(x) = 1-x$

Des cas on déduit que $fof(x) = f(x)$ pour tout $x \in [0;1]$, donc f est involutive

3)

a) Montrons que $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$

Soit $y \in f(A \cap B)$, alors il existe $x \in A \cap B$ tel que $f(x) = y$. $x \in A \cap B$ signifie $x \in A$ et $x \in B$ donc $f(x) \in f(A)$ et $f(x) \in f(B)$ et $f(x) \in f(A) \cap f(B)$. Ainsi $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$

b) Montrons que si f est une injection alors $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$

Il nous suffit de montrer que $f(A) \cap f(B) \subset f(A \cap B)$ car $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ signifie à la fois

$f(A\cap B)\subset f(A)\cap f(B)$ *et* $f(A)\cap f(B)\subset f(A\cap B)$ et la première inclusion est déjà vérifié au a).

soit $y\in f(A)\cap f(B)$, alors $y\in f(A)$ et $y\in f(B)$. Il existe donc des réels $x_1\in A$ et $x_2\in B$ tels que $y\in f(x_1)$ et $y\in f(x_2)$; donc $f(x_1)=f(x_2)$. f étant injective, $x_1=x_2$

posons $x=x_1=x_2\in A\cap B$ on a $y=f(x)\in f(A\cap B)$. Il s'en suit que $f(A)\cap f(B)\subset f(A\cap B)$ et $f(A\cap B)=f(A)\cap f(B)$.

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances mises en jeu sont liées à l'étude des applications. Pour réussir cette tâche l'étudiant doit connaitre :

  - o La définition d'une application bijective,
  - o La définition d'une application injective,
  - o Les notions d'image d'un élément ou d'une partie d'un ensemble par une application
  - o Les notions d'inclusion et d'intersection entre des parties d'un ensemble,

Les étudiants doivent retrouver les propriétés d'injectivité et de surjectivité d'une application. Ils doivent être en mesure de mener un raisonnement par disjonction des cas. Ils doivent pouvoir exploiter les liens entre image d'une partie et image d'un élément de cette partie pour réussir la dernière question.

- ✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Les notions se rapportent à l'étude des applications

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

- ✓ *L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?* L'énoncé comporte plusieurs étapes. Les deux étapes de la question 3) sont liées.

- ✓ *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* Les trois dernières questions de l'énoncé sont des questions ouvertes car aucune indication n'est fournie. La première question comporte une définition, elle n'est pas ouverte. On peut conclure que la tâche est dans sa majeure partie ouverte.

- ✓ *S'agit-il d'un type de problème qui était ignoré jusqu'alors?*

  Le problème est nouveau de par les contenus et de par les habilités visés. Il est vrai que les applications sont étudiées en classe de première mais cette étude se limitait aux définitions et propriétés des applications (injectivité, subjectivité et bijectivité).

  La notion d'involution est quasiment absent des programmes du secondaire. Les images de sous –ensembles d'ensemble ne sont vus que pour les fonctions numérique définies par une formule explicite.

- ✓ *Quels types de raisonnements sont en jeu? (raisonnement par contraposée, raisonnement par récurrence, raisonnement par implication, raisonnement par disjonction des cas, raisonnement par un contre exemple)*

  Les raisonnements en jeu sont l'implication et la disjonction des cas. Dans la question 1, il faut démontrer que l'application est injective, puis qu'elle est surjective. Les deux résultats sont utilisés pour déduire qu'elle est bijective.

- ✓ *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?*

  Le formalisme joue un rôle important dans cet exercice. Les notations utilisées pour les fonctions, l'expression de la fonction composée relève d'un formalisme symbolique. Les expressions d'inclusion, d'intersection et d'appartenance sont utilisées dans l'énoncé et doivent être comprises et interprétées par l'étudiant.

- ✓ *Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?*
  Il n'y a pas d'éléments implicites dans l'énoncé

- ✓ *La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?*

  Il n'y a pas de nouveaux éléments de symbolisme à part la notion d'involution. La bijection et la bijection réciproque sont vues en classe de terminale.

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

- ✓ *Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Le niveau de fonctionnement des connaissances est du type mobilisable à disponible dans les tâches demandées. L'étudiant doit se déployer pour trouver la stratégie à appliquer.

- ✓ *y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?*

  Il y a plusieurs arguments à développer. Dans la question1, il faut prouver la qualité d'injection et de surjection de f à partir de l'hypothèse $fof = Id_A$. Dans la question 3, les sous questions a et b nécessite l'utilisation de plusieurs arguments.

- ✓ *y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* Les formalismes à introduire sont liées aux expressions $y \in f(A \cap B)$, $y \in f(B)$, $y \in f(A)$ et à leur interprétation. Les objets à introduire sont les notions d'images d'élément de A, B, $A \cap B$ d'images de sous-ensembles de E.

- ✓ *Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?* Il y a un quantificateur universel à repérer à la question 2. La fonction f a deux expressions suivant les valeurs de x

Exercice 10 : Exercice n°7 TD d'algèbre du 30/04/ 2012, L1S2, U.F.R./S.E.A. Université de Ouagadougou

On pose $G=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ et on définit sur G la relation suivante : $x\nabla y=xy-2(x+y)+6$

1. Montrer que G est un groupe commutatif

2. Montrer que $f:x\mapsto x-2$ est un isomorphisme de $(G;\nabla)$ sur $(\mathbb{R}^*,.)$

3. On pose pour tout $x\in G$ et pour tout entier n $x^{(n)}=x\nabla x\nabla x...x\,(n\ fois)$. Exprimer $x^{(n)}$ en fonction de x et de n.

4. Montrer que $(]2;+\infty[;\nabla)$ est un sous-groupe.

Réponse attendue à l'exercice (proposée par le chercheur)

1. Montrons que G est un groupe commutatif (associativité, commutativité, élément neutre et tout élément symétrisable)

- Associativité : Soit x, y et z des éléments de G,

$$(x\nabla y)\nabla z=(xy-2(x+y)+6)\nabla z=(xy-2(x+y)+6)z-2\big[(xy-2(x+y)+6)+z\big]+6$$
$$=xyz-2xz-2yz+6z-2xy+4x+4y-12-2z+6$$
$$=xyz-2xz-2xy-2yz+4x+4y+4z-6$$
$$x\nabla(y\nabla z)=x\nabla(yz-2(y+z)+6)=x(yz-2(y+z)+6)-2\big[x+(yz-2(y+z)+6)\big]+6$$
$$=xyz-2xy-2xz+6x-2x-2yz+4y+4z-12+6$$
$$=xyz-2xy-2xz-2yz+4x+4y+4z-6$$

On déduit que $x\nabla y\nabla z=x\nabla(y\nabla z)=(x\nabla y)\nabla z$ et la loi est associative

- La commutativité provient de la commutativité de l'addition et de la multiplication dans $\mathbb{R}$

Existence d'un élément neutre e pour la loi ∇

$$x\nabla e=x\Leftrightarrow xe-2x-2e+6=x\Leftrightarrow x(e-2)-2e+6=x$$

Par identification $\begin{cases} e-2=1 \\ -2e+6=0 \end{cases}$ donc $e=3$ et G possède un élément neutre pour la loi ∇ qui est 3.

○ Eléments symétrique : soit x et x' deux éléments de G

$$x\nabla x'=3 \Leftrightarrow xx^{'}-2\left(x+x'\right)+6=3 \Leftrightarrow xx^{'}-2\left(x+x'\right)+3=0$$
$$\Leftrightarrow xx'-2x-2x'+3=0 \Leftrightarrow x'\left(x-2\right)=2x-3$$
$$\Leftrightarrow x'=\frac{2x-3}{x-2} \; car \; x\neq 2$$

Tout élément x de G a un symétrique $x'=\dfrac{2x-3}{x-2}$ dans G.

On conclut que G est un groupe commutatif

2. Montrer que $f :\mapsto x-2$ est un isomorphisme de $\left(G;\nabla\right)$ sur $\left(\mathbb{R}^*,.\right)$

Soit x et y deux éléments de G, $f\left(x\right)=x-2$ et $f\left(y\right)=y-2$

$$f\left(x\right).f\left(y\right)=\left(x-2\right)\left(y-2\right)=xy-2x-2y+4=xy-2\left(x+y\right)+4$$
$$f\left(x\nabla y\right)=f\left(xy-2\left(x+y\right)+6\right)=xy-2\left(x+y\right)+6-2=xy2\left(x+y\right)+4$$

On a donc $f\left(x\nabla y\right)=f\left(x\right)f\left(y\right)$ et f est un homomorphisme de $\left(G;\nabla\right)$ sur $\left(\mathbb{R}^*,.\right)$.

f est une application de $\mathbb{R}-\left\{2\right\}$ vers $\mathbb{R}$. Soit $\lambda\in\mathbb{R}^*$, $f\left(x\right)=\lambda \Leftrightarrow x-2=\lambda \Leftrightarrow x=2+\lambda$ or $\lambda \neq\Rightarrow 2+\lambda\neq 2$ et $2+\lambda\in\mathbb{R}-\left\{2\right\}$. Donc l'équation $f\left(x\right)=\lambda$ admet une et une seule solution dans $\mathbb{R}^*$; f est une bijection de $\left(G;\nabla\right)$ sur $\left(\mathbb{R}^*,.\right)$.

On conclut de ce qui précède que f est un isomorphisme de $\left(G;\nabla\right)$ sur $\left(\mathbb{R}^*,.\right)$

3. Exprimons $x^{(n)}$ en fonction de x et de n

$x^{(2)} = x\nabla x = x^2 - 4x + 6 = (x-2)^2 + 2$

$$\begin{aligned}x^{(3)} = x^{(2)}\nabla x &= \left((x-2)^2+2\right)x - 2\left((x-2)^2+2+x\right)+6\\ &= (x-2)^2 x + 2x - 2(x-2)^2 - 2(2+x)+6\\ &= (x-2)^2(x-2)-4+6\\ &= (x-2)^3+2\end{aligned}$$

On a ainsi $x^{(n)} = (x-2)^n + 2$ pour n=2 et n=3

Supposons que $x^{(n)} = (x-2)^n + 2$ pour $n \geq 3$ et montrons que $x^{(n+1)} = (x-2)^{n+1} + 2$

$$\begin{aligned}x^{(n+1)} = x^{(n)}\nabla x &= \left((x-2)^n+2\right)x - 2\left((x-2)^n+2+x\right)+6\\ &= (x-2)^n x + 2x - 2(x-2)^n - 4 - 2x + 6\\ &= (x-2)^n(x-2)+2\\ &= (x-2)^{n+1}+2\end{aligned}$$

On conclut que $x^{(n)} = (x-2)^n + 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

4. Montrons que $\left(]2;+\infty[\,;\nabla\right)$ est un sous-groupe. $]2;+\infty[$ est non vide

Soit x et y deux éléments de G, soit y' le symétrique de y. On a

$$x\nabla y' = x\nabla\left(\frac{2y-3}{y-2}\right) = x\frac{2y-3}{y-2} - 2\left(x + \frac{2y-3}{y-2}\right)+6$$

$$= \frac{2xy-3x}{y-2} - 2\frac{xy-2x+2y-3}{y-2}+6 \qquad = \frac{2xy-3x-2xy+4x-4y+6}{y-2}+6$$

$$= \frac{x-4y+6+6y-12}{y-2} = \frac{2y-6+x}{y-2} = 2 + \frac{x-2}{y-2} \neq 2 \ \ car\ x-2 \neq 0$$

Donc G est un sous groupe de G

Analyse de l'exercice

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances mises ne fonctionnement sont relatives à la structure de groupe et aux isomorphismes de groupes. Pour réussir cet exercice l'élève doit connaitre :
  - la définition d'un groupe commutatif,
  - la définition d'un sous-groupe d'un groupe G,
  - la définition d'un isomorphisme de groupes

Il doit être capable d'exploiter ces définitions ci-dessus dans des situations particulières et de faire une démonstration par récurrence.

- ✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Ces tâches se rapportent à l'algèbre, notamment aux structures groupes.

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

- ✓ *L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?* Il y a plusieurs étapes dans cet énoncé, les étapes semblent indépendantes malgré que les questions ont pour même base l'ensemble G et la loi ∇. On ne peut ne pas être capable de réussir à une question et réussir à une autre.

- ✓ *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* Il n'y a pas d'indices donnés. Par exemple à la question 3, la récurrence qui semble être la seule voie pour réussir la tâche, n'est pas indiquée à l'étudiant.

- ✓ *S'agit-il d'un type de problème qui était ignorée jusqu'alors ?* Le problème est nouveau car les structures de groupe ne sont pas vues au lycée au Burkina Faso.

✓*Quels types de raisonnements sont en jeu?* Dans cet exercice, il y a les raisonnements par implication et par récurrence qui sont utilisés.

✓*Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?* Le formalisme est lié aux structures algébriques. La loi définie sur G, implique un saut au niveau du formalisme des opérations qui vont au delà des opérations habituelles (addition, soustraction, multiplication et division).

✓*Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* L'implicite se situe dans la question 3 où il est demandée d'exprimer $x^{(n)}$ en fonction de x et de n. Cette expression doit être justifiée et cela n'est pas explicite dans l'énoncé.

✓*La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?* Les nouveaux éléments de vocabulaire sont les notions de groupe, de sous-groupe, de symétrique d'un élément de G, d'isomorphisme. Dans les classes de l'enseignement secondaire, les notions de structures algébriques ne sont pas abordées.

✓*Quelle est la structure de la démonstration? S'agit-il d'une chaîne ou d'un arbre d'inférences?* La plupart des démonstrations sont des déductions à partir des hypothèses. Cependant la réponse à la question 3 exige une démonstration par récurrence. Elle n'est ni indiquée, ni suggérée.

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

✓*Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Dans ces tâches le niveau de fonctionnement est de type mobilisable. L'application des théorèmes ne résout pas directement pas le problème. L'étudiant a alors recours à des factorisations astucieuses, à mobiliser des connaissances acquises dans des classes antérieures.

✓ *Y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* Pour la plupart des questions, les arguments à développer sont multiples. Pour la première question, il faut prouver l'associativité, l'existence de l'élément neutre, la commutativité et le fait que tout élément est symétrisable pour déduire que G est un groupe. Dans la deuxième question, il faut montrer que f est un homomorphisme, ensuite qu'elle est injective pour déduire qu'elle est un isomorphisme.

✓ *Y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* La notation à introduire est celle de l'élément neutre e de G, du symétrique x' d'un élément x de G.

✓ *Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?* Ces quantificateurs sont les quantificateurs universel et existentiel dans les définitions de la notion de groupe, de sous-groupes, d'isomorphismes.

Exercice 11 : Exercice n°0.4 travaux dirigés de MATH12B L1/S2, 2011

Pour $x \geq -1$, on pose $f(x) = \sqrt{1+x}$.

On définit des suites réelles $(u_n)_{n\geq 0}$ et $(v_n)_{n\geq 0}$ en posant : $u_0 = 1$; $v_0 = 2$; $u_{n+1} = f(u_n)$ et $v_{n+1} = f(v_n)$.

1. Montrer que $(u_n)_{n\geq 0}$ est croissante et $(v_n)_{n\geq 0}$ est décroissante.

2. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}; 0 < v_n - u_n < \frac{1}{2^n}$

3. En déduire que $(u_n)_{n\geq 0}$ et $(v_n)_{n\geq 0}$ sont des suites adjacentes.

4. Soit λ la limite commune de $(u_n)_{n\geq 0}$ et $(v_n)_{n\geq 0}$. Montrer que λ satisfait l'équation $\lambda = \sqrt{\lambda + 1}$ et en déduire λ.

Réponse attendue à l'exercice (proposée par le chercheur)

1. Sens de variation de $(u_n)_{n\geq 0}$ et $(v_n)_{n\geq 0}$

Sens de variation de f.

$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{1+x}}$, $f'(x)>0$ f est strictement croissante sur $]-1;+\infty[$.

○ Démontrons par récurrence que $(u_n)_{n\geq 0}$ est croissante

On a $u_0=1$, donc $u_1=f(u_0)=f(1)=\sqrt{2}$, on a $on\ a -1<u_0<u_1$

Supposons $-1<u_{k-1}<u_k$ pour $k\geq 1$, comme f est croissante sur $]-1;+\infty[$ on a $f(u_{k-1})<f(u_k)$ donc $u_k<u_{k+1}$, par conséquent $u_n<u_{n+1}$ et $(u_n)_{n\geq 0}$ est croissante.

○ Démontrons par récurrence que $(v_n)_{n\geq 0}$ est décroissante

On a $v_0=2$, donc $v_1=f(v_0)=f(2)=\sqrt{1+2}=\sqrt{3}$, on a on a $-1<v_1<v_0$

Supposons $-1<v_k<v_{k-1}$ pour $k\geq 1$, comme f est croissante sur $]-1;+\infty[$ on a $f(v_k)<f(v_{k-1})$ donc $u_k<u_{k+1}$, par conséquent $v_{n+1}<v_n$ et $(v_n)_{n\geq 0}$ est décroissante.

2. Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}; 0<v_n-u_n<\dfrac{1}{2^n}$

Montrons Par récurrence que $0<v_n-u_n<\dfrac{1}{2^n}$

$v_0-u_0=2-1=1$ et $\dfrac{1}{2^0}=1$ donc $0<v_0-u_0\leq\dfrac{1}{2^0}$,

Supposons que $0<v_k-u_k<\dfrac{1}{2^k}$ pour $k\geq 0$

On a :

$$v_{k+1}-u_{k+1}=f\left(v_k\right)-f\left(u_k\right)=\sqrt{1+v_k}-\sqrt{1+u_k}=\frac{1+v_k-1+u_k}{\sqrt{1+v_k}+\sqrt{1+u_k}}=\frac{v_k-u_k}{\sqrt{1+v_k}+\sqrt{1+u_k}}$$

Or $2<\sqrt{1+v_k}+\sqrt{1+u_k} \Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{1+v_k}+\sqrt{1+u_k}}<\dfrac{1}{2}$ donc $\dfrac{v_k-u_k}{\sqrt{1+v_k}+\sqrt{1+u_k}}<\dfrac{v_k-u_k}{2}$

or $0<v_k-u_k<\dfrac{1}{2^k}$ donc $0<v_{k+1}-u_{k+1}<\dfrac{\frac{1}{2^n}}{2}$; D'où $0<v_{k+1}-u_{k+1}<\dfrac{1}{2^{k+1}}$

On conclut que la propriété est vraie pour tout n entier naturel, c'est-à-dire que $\forall n\in\mathbb{N};0<v_n-u_n<\dfrac{1}{2^n}$.

3. Montrons que $\left(u_n\right)_{n\geq 0}$ et $\left(v_n\right)_{n\geq 0}$ sont adjacentes

○ Les suites $\left(u_n\right)_{n\geq 0}$ et $\left(v_n\right)_{n\geq 0}$ sont respectivement croissante et décroissante

○ $\forall n\in\mathbb{N};0<v_n-u_n<\dfrac{1}{2^n}$ donc $\forall n\in\mathbb{N};u_n<v_n$

○ $\forall n\in\mathbb{N};0<v_n-u_n<\dfrac{1}{2^n}$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{2^n}=0$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(v_n-u_n\right)=0$

Des trois résultats on déduit que les suites $\left(u_n\right)_{n\geq 0}$ et $\left(v_n\right)_{n\geq 0}$ sont adjacentes.

4. Montrons que λ satisfait l'équation $\lambda=\sqrt{\lambda+1}$

On $u_{n+1}=f\left(u_n\right)=\sqrt{1+u_n}$ alors $\lambda=\lim\limits_{n\to+\infty}u_n \Rightarrow \lambda=f\left(\lambda\right)=\sqrt{1+\lambda}$

Déduisons λ

$\lambda=\sqrt{1+\lambda} \Leftrightarrow \lambda^2=1+\lambda \; car \; \lambda>0$, les suites étant positives, leur limite commune est positive.

$\lambda^2 = 1 + \lambda \Leftrightarrow \lambda^2 - \lambda - 1 = 0$

$\Delta = 5$ avec $\lambda_1 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ et $\lambda_2 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ comme racines possibles

Comme λ est positif la solution retenue est $\lambda = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

Analyse de l'exercice

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances mises en fonctionnement sont relatives aux suites récurrentes et aux suites adjacentes. Pour réussir cet exercice l'étudiant doit connaitre :
  - la définition de deux suites adjacentes,
  - la définition du sens de variation d'une suite,
  - le principe de la démonstration par récurrence,
  - la propriété de la limite d'une suite récurrente de type $u_{n+1} = f(u_n)$
- ✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Ces tâches se rapportent aux suites numériques réelles

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

- ✓ *L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?* L'énoncé comporte plusieurs étapes dont certaines sont liées. Les réponses des questions sont utilisées dans certaines des questions suivantes. Par exemple les réponses aux questions 1 et 2 sont utiles pour la question 3. La question 4 n'est pas liée aux autres questions.

✓ *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* Il n'y a pas d'indices fournis. L'usage de la démonstration par récurrence n'est pas suggéré alors qu'elle aurait pu l'être.

✓ *Quels types de raisonnements sont en jeu?* Dans cette tâche c'est le raisonnement par récurrence et l'implication qui sont utilisées.

✓ *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?* Le formalisme est important dans cette tâche. Ce formalisme est lié aux suites numériques, aux notions de limites et à l'usage du quantificateur universel.

✓ *Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* Le fait qu'on doit étudier le sens de variation de f dans la question 1 n'est pas spécifiée. La démonstration par récurrence omniprésente dans la tâche n'est pas suggérée.

✓ *La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?* L'élément nouveau de symbolisme réside dans l'usage de la notation du quantificateur universel dans l'énoncé. Son usage n'est pas habituel en classe de terminale et les programmes du secondaire ne sont pas explicites dans ce sens.

✓ *Quelle est la structure de la démonstration? S'agit-il d'une chaîne ou d'un arbre d'inférences?* Les démonstrations sont des démonstrations par récurrences et des déductions.

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

✓ *Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Dans ces tâches le niveau de fonctionnement des connaissances est de type mobilisable. Les démonstrations par récurrence sur plus d'un pas vont au delà de l'application simple du principe de récurrence. Dans la question 1, l'étude du sens de variation de f, nécessaire aux démonstrations par récurrence, est laissée à l'initiative de l'étudiant.

✓ *Y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* Il y a plusieurs arguments à développer.

✓ *Y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* Il n'y a pas d'éléments à introduire

✓ *Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?* Le quantificateur universel est à repérer dans la question 2. Elle est à utiliser dans la question 1 et dans la question 3.

Exercice 12: (Exercice 0.2 de l'examen de mathématique « Maths 12B », L1, semestre 2, 2012-2013)

On pose $I=[0;1[$ et :

$\forall x,y\in I, x*y=x+y-E(x+y)$; ($E(.)$ désigne la fonction partie entière).

1. Montrer que $*$ est une loi de composition interne sur I. Est-elle commutative ?
2. Prouver qu'il existe, dans I, un élément neutre pour la loi $*$.
3. soit $x\in I$, avec x non nul, Montrer qu'il existe dans I un inverse de x pour la loi $*$. On notera x' cet inverse et on donnera son expression en fonction de x.
4. montrer que $(I;*)$ est un groupe abélien.

Proposition de corrigé :

1. Montrons que $*$ est une loi de composition interne

Soit $(x,y)\in I^2$, on a $x*y=x+y-E(x+y)$

pour tout réel t, $0\le t-E(t)<1$, donc en posant $t=x+y$ on obtient $0\le(x+y)-E(x+y)<1$, d'où $x*y\in I$ et $*$ est une loi de composition interne.

La loi $*$ est-elle commutative ?

Comme $(IR;+)$ est commutative, $x+y=y+x$, il en découle que $x*y=x+y-E(x+y)=y+x-E(y+x)=y*x$. La loi est alors commutative.

2. Prouvons qu'il existe, dans I, un élément neutre pour la loi $*$

Soit $a\in[0;1[$ élément neutre de $*$. On a pour tout x, $x*a=x\Leftrightarrow x+a-E(x+a)=x$, d'où $a=E(x+a)$ et a est entier relatif car $E(x+a)\in\mathbb{Z}$; le seul entier de $I=[0;1[$ est 0. Voyons si 0 est élément neutre. $x*0=x-E(x)=x$ car $\forall x\in[0;1[; E(x)=0$.

Donc la loi $*$ admet 0 comme élément neutre.

3. Montrons que tout élément non nul x de I admet un inverse x'.

Soit $x\in]0;1[$

$x*x'=0\Leftrightarrow x+x^{'}=E(x+x^{'})$ d'où $x+x'$ entier relatif, or $0<x+x'<2$ d'où $x+x^{'}=1$ et $x'=1-x$ est l'inverse de x .

4. Montrons que $(I;*)$ est un groupe abélien

- Loi de composition interne (démontrée au 1.)
- Existence d'un élément neutre (démontrée au 2.)
- Elément symétrique (démontré au 3.)
- Commutativité (démontrée au 1.)
- Associativité

Il faut remarquer que pour tout $x\in IR$, $k\in\mathbb{Z}$, $E(x+k)=E(x)+k$

Soient a,b et c des éléments de I ;

$$\begin{aligned}(a*b)*c=[a+b-E(a+b)]*c&=a+b-E(a+b)+c-E(a+b+c-E(a+b))\\&=a+b+c-E(a+b)-E(a+b+c)+E(a+b)\\&=a+b+c-E(a+b+c)\end{aligned}$$

$$a*(b*c)=a*[b+c-E(b+c)]=a+b+c-E(b+c)-E(a+b+c-E(b+c))$$
$$=a+b+c-E(b+c)-E(a+b+c)+E(b+c)$$
$$=a+b+c-E(a+b+c)$$

On a alors $(a*b)*c=a*(b*c)$ et la loi est associative.

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances en jeu dans cet exercice sont relatives à la théorie des groupes. Les étudiants doivent connaitre :
    - o La définition d'une loi de composition interne
    - o La définition d'un groupe

Ils doivent être capables d'utiliser la définition et les propriétés de la partie entière pour réussir les démonstrations demandées.

- ✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Les notions en question dans cet énoncé relèvent de la théorie des groupes

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

✓ *L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?* L'énoncé comporte plusieurs étapes. La question 4 est dépendante des trois précédentes questions.

- ✓ *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* L'énoncé comporte des questions essentiellement ouvertes. Cependant la réponse à la question utilise les réponses aux autres questions. Néanmoins cette ouverture n'est pas complète car la démonstration de l'associativité n'est pas suggérée. Il n'y a pas d'indices donnés. Les propriétés de la partie entière nécessaires à la démonstration doivent être de l'initiative de l'étudiant.

- ✓ *S'agit-il d'un type de problème qui était ignoré jusqu'alors?* Les notions de loi de composition interne et de groupe ne sont pas aux programmes de la classe de terminale au Burkina Faso. On peut légitimement dire que le type de problème est nouveau.

- ✓ *Quels types de raisonnements sont en jeu? (raisonnement par contraposée, raisonnement par récurrence, raisonnement par déduction, raisonnement par disjonction des cas, raisonnement par un contre exemple).* C'est un raisonnement déductif qui est utilisé dans la question 4, exploitant les résultats déjà montrés dans les précédentes questions. qui est principalement utilisée dans cet exercice.

- ✓ *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?* Le formalisme joue un rôle important dans l'exécution de la tâche proposée. Le quantificateur universel présent dans l'énoncé. Les opérations à effectuer pour parvenir aux démonstrations sont un lit de formalisme.

- ✓ *Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* il n'y a pas d'éléments implicites dans l'énoncé.

- ✓ *La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?* Le symbole du quantificateur universel présent dans l'énoncé pourra marquer une nouveauté pour les étudiants qui ne sont pas habitués à l'utiliser au secondaire. Le symbole de loi $*$ est aussi une nouveauté en termes d'opérateur pour les étudiants. Comme nouveauté dans le vocabulaire on citera les notions de loi de composition interne et de groupe abélien.

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

- ✓ *Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?*

- ✓ *y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* Il y a plusieurs arguments à développer pour mener à bien la tâche. Les propriétés de la fonction partie entière ($\forall x \in IR; \forall k \in \mathbb{Z}; E(x+k) = E(x) + E(k)$; $\forall x \in [0;1[$, $E(x) = 0$) font parties des arguments à développer. La commutativité de l'addition dans IR est un des arguments à développer. Pour montrer l'associativité deux expressions sont à développer.

- ✓ *y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* L'élément neutre est à introduire symboliquement pour pouvoir faire les opérations concourant à démontrer son existence.

- ✓ *Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?* le quantificateur universel du début de l'énoncé est à repérer. Dans la question 2, c'est un quantificateur existentiel qu'il faut repérer.

Exercice 13 : (Exercice 0.1 de l'examen de mathématique « Maths 12B », L1, semestre 2, 2012)

Utiliser la définition de la limite d'une suite pour démontrer que :   a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^2}{n^2-1} = 1$ b) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n+\sin\left(\dfrac{n\pi}{4}\right)}{2n-1} = \dfrac{1}{2}$

Réponse attendue à l'exercice (proposée par le chercheur)

a) la définition dit ceci : la suite (u_n) a pour limite finie l lorsque : $\forall \varepsilon > 0; \exists N \in \mathbb{N} / n \geq N \Rightarrow |u_n - l| < \varepsilon$

soit $\varepsilon > 0$, $|u_n - l| < \varepsilon \Leftrightarrow \left|\dfrac{n^2}{n^2-1} - 1\right| < \varepsilon$

$\Leftrightarrow \left|\frac{1}{n^2-1}\right| < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{\left|n^2-1\right|} < \varepsilon \Leftrightarrow \left|n^2-1\right| > \frac{1}{\varepsilon}$ or $n^2 > \left|n^2 \text{-} 1\right|$

il suffit donc que $n^2 > \frac{1}{\varepsilon}$

$\Leftrightarrow n > \sqrt{\frac{1}{\varepsilon}}$

Il suffit de prendre $N = E\left(\sqrt{\frac{1}{\varepsilon}}\right)+1$ où $E\left(\sqrt{\frac{1}{\varepsilon}}\right)$ désigne la partie entière de $\sqrt{\frac{1}{\varepsilon}}$ pour que $n \geq N \Rightarrow \left|\frac{n^2}{n^2-1}-1\right| < \varepsilon$.

b) $\left|\frac{n+\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)}{2n-1}-\frac{1}{2}\right| = \left|\frac{2n+2\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)-2n+1}{2(2n-1)}\right| = \left|\frac{2\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)+1}{2(2n-1)}\right| = \frac{\left|2\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)+1\right|}{2\left|2n-1\right|}$ or

$\sqrt{2}-1 < \left|2\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)+1\right| < 3$ donc $\frac{\sqrt{2}-1}{2\left|2n-1\right|} < \frac{\left|2\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)+1\right|}{2\left|2n-1\right|} < \frac{3}{2\left|2n-1\right|}$

soit $\varepsilon > 0$, $\left|\frac{n+\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)}{2n-1}-\frac{1}{2}\right| < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}-1}{2\left|2n-1\right|} < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{2\left|2n-1\right|}{\sqrt{2}-1} > \frac{1}{\varepsilon}$ comme

$\frac{2\left|2n-1\right|}{\sqrt{2}-1} = 2\left(\sqrt{2}+1\right)\left|2n-1\right| < 6\times 2n$, il suffit que $12n > \frac{1}{\varepsilon}$ c'est-à-dire $n > \frac{1}{12\varepsilon}$.

Il suffit de prendre arbitrairement $N = E\left(\frac{1}{12\varepsilon}\right)+1$ pour que

$n \geq N \Rightarrow \left|\frac{n+\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)}{2n-1}-\frac{1}{2}\right| < \varepsilon$

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances sont celles liées à la définition de la limite d'une suite. Les élèves sont appelés dans cette tâche à la mettre en application pour démontrer la limite d'une suite. Les propriétés sur l'encadrement sont aussi à connaitre. L'inégalité $-1 \leq \sin x \leq 1$ et la notion de partie entière d'un nombre réel sont aussi à connaitre.

- ✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Cette notion se rapporte à l'étude des suites numériques

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

- ✓ *L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?* L'énoncé comporte deux tâches indépendantes.

- ✓ *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* Il s'agit de démontrer un résultat vrai. L'indice fourni est la méthodologie à utiliser. Cet indice n'est pas à faciliter la tâche car elle réduit les possibilités de l'étudiant. Sans cette barrière, l'étudiant aurait pu utiliser les nombreuses propriétés des opérations sur les limites

- ✓ *S'agit-il d'un type de problème qui était ignoré jusqu'alors?* Ce type de problème est nouveau car dans les classes du secondaire, la définition de la limite d'une suite n'est pas utilisée pour le calcul. Il s'agit essentiellement de calcul de limites en utilisant des limites de références et des propriétés admises sur les limites.

- ✓ *Quels types de raisonnements sont en jeu? (raisonnement par contraposée, raisonnement par récurrence, raisonnement par déduction, raisonnement par disjonction des cas, raisonnement par un contre exemple).* Le raisonnement utilisé ici est un raisonnement déductif. A la suite d'un travail d'encadrement, l'étudiant utilise un choix arbitraire à la fin de la tâche pour conclure.

- ✓ *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?* Le formalisme revêt une importance considérable dans ces tâches. Beaucoup de symboles sont appelés à être utilisés. La définition de la limite d'une suite peut être donnée dans le langage courant en toutes lettres, mais cet énoncé n'est pas exploitable dans notre situation ou l'écriture formelle de la définition est la plus utile car, facilitant la manipulation des différents éléments de l'énoncé. La définition de la limite d'une suite renferme des quantificateurs existentiel et universel explicites et non explicites. Les encadrements successifs qui débouchent sur le choix de l'entier N marquent aussi l'importance du formalisme dans la tâche.

- ✓ *Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* Dans les deux tâches, il y a recherche d'existence de l'entier N au delà duquel tous les termes de la suite d'indice supérieur sont dans l'intervalle $]l-\varepsilon;l+\varepsilon[$. La définition ne montre pas que l'entier est pris universellement (la définition dit que $|u_n - l| < \varepsilon$ pour tout $n \geq N$). Il y a donc un quantificateur caché dans la définition elle-même.

- ✓ *La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?* Les symboles des quantificateurs universel ($\forall$) et existentiel ($\exists$) ne sont pas d'usage courant dans l'enseignement secondaire comme le montrent les réponses des élèves du secondaire (enquêtés dans cette recherche) sur la connaissance de ces symboles.

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

- ✓ *Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Cette tâche exige une mise en fonctionnement des connaissances allant au-delà du niveau technique. Le niveau ici est du type mobilisable car l'étudiant est obligé de chercher le mode de vérification des résultats demandés.

- ✓ *y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* Il y a plusieurs arguments à développer. Les encadrements successifs se font en utilisant des propriétés de l'ordre dans IR. Les propriétés des fonctions comme la fonction sinus, la fonction partie entière sont des arguments que l'étudiant doit mobiliser pour réussir la tâche.

- ✓ *y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* Les inéquations et les encadrements sont à introduire par l'étudiant pour réussir à prouver l'existence de N dans chacun des cas. Dans la tâche b) en particulier l'étudiant doit introduire l'encadrement du sinus pour aboutir à des inéquations linéaires.

- ✓ *Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?* Dans la définition de la limite d'une suite il y a deux quantificateurs universels et un quantificateur existentiel. Le quantificateur universel visible est « $\forall \varepsilon > 0$ » du début, celui qui est à repérer est dans l'expression « $n \geq N \Rightarrow |u_n - l| < \varepsilon$ » qui exprime que l'expression $|u_n - l| < \varepsilon$ est vraie pour tout n supérieur ou égal à N .

Exercice 14: exercice 0.2 de l'examen de mathématique « Maths 12B », L1, semestre 2, 2012

Sur IR^2 , on considère le relation R définie par $(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow a^2+b^2=c^2+d^2$ a) Montrer que R est une relation d'équivalence. Décrire la classe d'équivalence $\overline{(a,b)}$ de (a,b)

Réponse attendue à l'exercice (proposée par le chercheur)

a) Il faut montrer que R est réflexive, symétrique et transitive

- Soit $(a,b) \in IR^2$, on a $a^2+b^2=a^2+b^2$ donc $(a,b)R(a,b)$ (réflexive)

- Soit $(a,b) \in IR^2$ et $(c,d) \in IR^2$, tels que $(a,b)R(c,d)$

  On a $(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow a^2+b^2=c^2+d^2$ or $a^2+b^2=c^2+d^2 \Leftrightarrow c^2+d^2 \Leftrightarrow a^2+b^2$

  $\Leftrightarrow (c,d)R(a,d)$ (Symétrique)

- Soit $(a,b) \in IR^2$, $(c,d) \in IR^2$ et $(x,y) \in IR^2$ telle $(a,b)R(c,d)$ et $(c,d)R(a,b)$: on $a^2+b^2=c^2+d^2$ et $c^2+d^2=x^2+y^2$ donc $a^2+b^2=x^2+y^2$ et $(a,b)R(x,y)$ (transitivité)

  b) (a,b) étant fixé, la classe d'équivalence est l'ensemble des éléments (x,y)de IR^2 tels que $x^2+y^2=a^2+b^2=k$, $k>0$; c'est l'ensemble des coordonnées des points du cercle de centre $O(0;0)$ et de rayon $\sqrt{a^2+b^2}$ dans le plan muni d'un repère de centre O.

Premier axe d'analyse: Description globale de la situation, le contexte mathématique

- ✓ *Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement?* Les connaissances en fonctionnement dans cet exercice sont celles liées à la qualité de la relation entre les éléments d'un ensemble A et d'un ensemble B (A et B no nécessairement des parties de IR). les étudiants doivent connaitre :

  - La définition d'une relation d'équivalence
  - La définition d'une classe d'équivalence

  Ils doivent être capables d'utiliser ces connaissances pour prouver la qualité d'une relation d'équivalence et décrire la classe d'équivalence d'un élément.

- ✓ *A quel domaine mathématique se rapportent ces notions?* Ces notions se rapportent à la théorie des ensembles, précisément aux relations binaires.

Deuxième axe d'analyse: Les tâches prescrites

- ✓ *L'énoncé comporte-t-il plusieurs étapes ? si oui, ces étapes sont-elles liées ou indépendantes ?* Il y a deux étapes dépendantes dans cet exercice

- ✓ *L'énoncé est-il ouvert? Des indices facilitant la résolution du problème sont-ils fournis?* L'énoncé est ouvert car il n'y a d'indices fournis.

- ✓ *S'agit-il d'un type de problème qui était ignoré jusqu'alors?* La notion de relation est vue sommairement dès la classe de sixième la première classe de l'enseignement post primaire au Burkina Faso. Dans l'enseignement secondaire les notions de relation d'équivalence et les classes d'équivalence sont très nouvelle car elle n'est pas du tout abordée au secondaire.

- ✓ *Quels types de raisonnements sont en jeu? (raisonnement par contraposée, raisonnement par récurrence, raisonnement par déduction, raisonnement par disjonction des cas, raisonnement par un contre exemple).* Ici c'est le raisonnement par implication qui est utilisé. L'étudiant procède par opérations algébriques pour aboutir à une situation où il déduit le résultat intermédiaire. Plusieurs résultats démontrés conduisent au résultat demandé.

- ✓ *Quelle est l'importance du formalisme dans la tâche?* Ici le formalisme revêt une importance considérable car toute la stratégie est basée sur une manipulation des variables matérialisées par les lettres de l'alphabet. Le raisonnement passe par la manipulation de choses abstraites.

- ✓ *Y a-t-il des éléments implicites dans l'énoncé, notamment au niveau des problèmes d'existence ou d'unicité ou sur ce qui est à justifier, ou des quantificateurs cachés ?* Il y a des quantificateurs cachés car toutes les propriétés à démontrer contiennent un ou deux quantificateurs universels.

- ✓ *La tâche renferme-t-elle de nouveaux éléments de symbolisme ou de vocabulaire?* Il y a de nouveaux éléments de symbolisme, la loi * est abstraite pour les étudiants qui sont habitués dans le secondaire aux opérations d'addition (+), de soustraction (-), de multiplication ($\times$) et de division ($\div$).

Troisième axe d'analyse: les activités attendues des étudiants

- ✓ *Quel est le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (technique, mobilisable, disponible) visé par la tâche?* Le niveau de mise en fonctionnement des tâches est du type technique dans la première partie de la tâche car l'étudiant recherche la satisfaction des propriétés du cours par la relation proposée pour établir que la relation est une relation d'équivalence. Dans la seconde partie de la tâche, le niveau est du type disponible car aucun indice ne suggère le type de réponse. Il y a même une nécessité de changement de cadre.

- ✓ *y a-t-il à développer plusieurs arguments à la fois?* Il ya plusieurs arguments à développer. Pour démontrer la relation d'équivalence, l'étudiant doit montrer trois propriétés : la relation est réflexive, symétrique et transitive.
- ✓ *y a-t-il un élément à introduire (un objet, un nom, un formalisme, une notation)?* Il n'y a pas de notation à introduire, la seule notation utilisée est donnée par l'énoncé, la notation de loi ($*$).
- ✓ *Une quantification est-elle à utiliser ou à repérer ?* le quantificateur universel est à utiliser dans tout l'énoncé.

Qu'est ce qui ressort de l'analyse des tâches données aux étudiants

De l'analyse des tâches données aux étudiants, nous faisons les constats suivant les axes de notre analyse:

Axe 1: description de la situation globale et du contexte mathématique

Les connaissances mises en fonctionnement portent sur les suites numériques, la théorie des ensembles, les fonctions numériques, les relations binaires et la structure de groupe. Ce sont des notions qui marquent pour certaines d'entre elles une rupture avec le secondaire. Les relations binaires et les structures algébriques ne sont pas abordées au secondaire. Les tâches portant sur les suites numériques et les fonctions marquent une rupture avec le secondaire dans les savoirs et savoir-faire. La définition formelle de la limite d'une suite numérique n'est pas abordée dans l'enseignement secondaire burkinabè (MESSRS, 1996b, p.4).

Axes 2 et 3: Des tâches prescrites et des activités attendues des élèves

- Le raisonnement prépondérant est le raisonnement déductif, utilisant plusieurs arguments, sans indices.

- Les questions sont essentiellement ouvertes. Les arguments utilisés dans les raisonnements ne sont pas donnés en indices ou suggérés par l'enchainement des questions. Cela constitue une hausse dans les exigences en démonstration car nous avons que la plupart des énoncés dans les tâches données aux élèves de terminale étaient essentiellement fermés.

- Le formalisme est très important et n'est pas familier des élèves de terminale scientifique. Les opérateurs diffèrent de ce que les élèves de terminale utilisent régulièrement. Ce qui constitue pour les étudiants une hausse dans les exigences en formalisme.

- Le niveau de mise en fonctionnement des connaissances est du type mobilisable, variant à disponible pour certaines tâches. L'élévation de mise en fonctionnement des connaissances dans les activités de démonstration joue sur les exigences en démonstration et en formalisme.

Chapitre 6 : Interprétation et discussions des résultats

Dans ce chapitre, nous faisons une lecture transversale des résultats de notre recherche au regard des objectifs et des hypothèses que nous avons formulés.

Notre recherche vise à identifier les causes d'échec en mathématiques en lien avec la transition secondaire/supérieur des étudiants en première année des filières scientifiques à l'université de Ouagadougou. Nous avons émis des hypothèses incriminant les représentations et croyances des acteurs (enseignants et apprenants) à l'égard des mathématiques et de leur enseignement, la discontinuité dans les méthodes et programmes d'enseignement et la rupture dans les exigences en formalisme et en démonstration.

Qu'est ce qui ressort de l'analyse des programmes d'études, des informations fournies par les acteurs et de l'analyse des tâches proposées aux apprenants des deux ordres d'enseignement en lien avec ces hypothèses?

6.1. Une rupture dans les programmes et méthodes d'enseignement

La première hypothèse de notre recherche dispose que l'échec massif en mathématiques des étudiants à la transition secondaire/supérieur est dû à la rupture dans les programmes et méthodes d'enseignement entre le secondaire et le supérieur. Les dimensions de la rupture visées sont la force de la rupture, les difficultés engendrées et son lien avec l'échec en mathématiques en première année des filières scientifiques. Les indicateurs sont les points de vue des apprenants et enseignants relatives à ces dimensions.

6.1.1. Une forte rupture dans les programmes et méthodes d'enseignement

Par rapport à l'existence d'une rupture dans les méthodes, il est ressorti des résultats des enquêtes par questionnaires auprès des étudiants et des enseignants du secondaire que cette rupture est réelle et forte tant dans les contenus enseignés que dans les méthodes d'enseignement (cf. graphiques 2, 3 et 4). Les étudiants disent qu'ils se sentent perdus à l'entrée de l'université. Un saut spectaculaire dans l'inconnu est évoqué par les étudiants. Ce saut spectaculaire au niveau des contenus et des méthodes d'enseignement ne facilite pas l'adaptation des arrivants du secondaire dans leur cycle d'accueil qu'est le supérieur. (cf. graphique 3).

De cette rupture, les enseignants du secondaire en sont conscients, eux qui ont été des anciens étudiants de ces filières scientifiques. Ils imputent cette rupture aux contenus aux programmes et au déficit de concertations entre les acteurs des deux ordres d'enseignement. Ce manque de concertations est aussi évoqué pour justifier la rupture dans les méthodes. La maîtrise des méthodes d'enseignement par les enseignements du supérieur est indexée par les enseignants du secondaire.

Les entretiens semi-dirigés auprès des enseignants du secondaire et du supérieur confirment cette rupture. Les premiers ressortent des arguments que nous avons obtenus par les questionnaires. Les programmes d'enseignement du secondaire excluent l'enseignement de certaines notions ou de certains aspects, qui sont considérés comme des préréquis pour des contenus enseignés au supérieur. Les enseignants du supérieur évoquent en sus les conditions de travail et les effectifs pléthoriques qui demandent d'autres stratégies d'enseignement : Le cours magistral, les travaux dirigés et la pédagogie des grands groupes. Ces stratégies d'enseignement non utilisées au secondaire ne sont pas souvent maîtrisées par les enseignants du supérieur.

6.1.2. Une adaptation à l'enseignement supérieur difficile

La rupture dans les méthodes et programmes d'enseignement est considérée comme une des causes des difficultés des étudiants en première année. Les méthodes d'enseignement sont classées au deuxième rang des changements causant des difficultés en première année par les étudiants. Les enseignants du secondaire classent les méthodes d'enseignement au premier rang des changements créant plus de difficultés. Les enseignants d'université interviewés confirment des difficultés d'adaptation des étudiants et leur désorientation à l'entrée du supérieur. La faible liaison entre les programmes d'enseignement du secondaire et du supérieur est indexée. La congruence des contenus d'enseignement entre le secondaire et le supérieur est mise en cause. Les programmes du secondaire ne couvrent pas les préréquis des contenus enseignés en première année du supérieur.

Artigue (Artigue, 2004) notait que la transition entre le secondaire et le supérieur était une transition entre deux cultures. Notre recherche fait ressortir particulièrement les différences entre les cultures du secondaire et du supérieur sur le plan des méthodes d'enseignement, des programmes d'enseignement. Les méthodes d'enseignement des mathématiques dans l'enseignement secondaire sont les méthodes actives mettant l'apprenant au centre de l'apprentissage. Ces méthodes que les enseignants du secondaire reconnaissent appliquer dans leur pratique de tous les jours sont favorisées par des effectifs d'apprenants relativement réduits au secondaire comparativement aux effectifs de l'enseignement supérieur. Les effectifs oscillent entre 70 et 100 élèves par classe au secondaire[38] contre des effectifs de plus du millier en première de la filière sciences et technologies à l'université de Ouagadougou. Ces grands effectifs comme le montrent les enseignants du supérieur interrogés influent sur les méthodes et techniques d'enseignement. Ce changement de méthodes d'enseignement constitue un des changements indexés par les étudiants comme facteur de difficulté dans leur insertion dans la culture de l'enseignement supérieur. Le saut dans les programmes d'enseignement a été aussi relevé par les acteurs investigués, qui le considèrent comme une des causes des difficultés dans l'apprentissage des mathématiques en première année des filières scientifiques à l'université de Ouagadougou.

Nous pouvons retenir des résultats qu'il y a une rupture dans les méthodes et programmes d'enseignement qui sont sources de difficultés pour les étudiants en première année des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou.

6.2. Des représentations et croyances défavorables

Nous avons indexé au début de notre étude les croyances et les représentations des acteurs (apprenants et enseignants) à l'égard des mathématiques et de leur enseignement de l'enseignement comme cause d'échec des étudiants de première année des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou. Les dimensions retenues pour la variable « croyances et représentations » sont l'inaccessibilité des mathématiques, la vision des

---

[38] La loi , au Burkina Faso, limite le nombre à 60 le nombre d'élèves par classe dans l'enseignement secondaire.

mathématiques, leur utilité et la démotivation des apprenants dans l'apprentissage des mathématiques.

6.2.1. Des mathématiques jugées inaccessibles

Les apprenants (élèves et étudiants) considèrent que les mathématiques sont inaccessibles. Dans leur large majorité les élèves considèrent que les mathématiques sont difficiles. Les étudiants partagent dans une grande majorité ce point de vue (cf. tableau 11). Ils rejettent cependant l'esprit fataliste selon lequel on ne peut pas réussir en mathématiques. Ils admettent qu'il faut beaucoup s'exercer, beaucoup travailler et avoir l'amour des mathématiques.

Les enseignants du secondaire enquêtés jugent que les mathématiques sont difficiles. Les opinions restent partagées entre les enseignants quant à considérer l'échec en mathématiques comme une fatalité.

Les facteurs de difficultés qui reviennent chez les enquêtés sont les suivants:

- Le comportement de certains enseignants est indexé par les apprenants. Les enseignants contribuent à démotiver les apprenants en créant un mythe autour des mathématiques. On finit par faire comprendre à un certain nombre d'apprenants que les mathématiques ne sont pas faites pour tout le monde. Il faut être spécial pour réussir en mathématiques.

- Les méthodes d'enseignement sont aussi indexées à travers les prestations des enseignants et l'organisation des examens par les étudiants. Ils placent la manière de donner les cours au premier rang des changements qui leur créent plus de difficultés dans l'apprentissage des mathématiques (cf. graphique 4). Les enseignants du secondaire incriminent la formation pédagogique des enseignants du supérieur. Ils pensent qu'il faut revoir la formation pédagogique des enseignants du supérieur. Le niveau des enseignants de mathématiques des classes du primaire et du secondaire est indexé par certains enseignants du supérieur. Les orientations tout au long des cycles d'enseignement sont aussi des causes évoquées par les étudiants pour expliquer le fait que les mathématiques soient difficiles.

Nous pouvons conclure que les étudiants trouvent que les mathématiques sont inaccessibles. Ils placent les pratiques enseignantes des enseignants du supérieur comme une des causes de cette difficulté. Les enseignants des deux ordres d'enseignement se rejettent la responsabilité de l'inaccessibilité des mathématiques à travers le manque de formation pédagogique pour les uns et la non maîtrise des contenus pour les autres.

6.2.2. Une vision des mathématiques défavorable à l'apprentissage

Les apprenants et les enseignants ont une vision "absolutiste" des mathématiques. Les étudiants trouvent que les mathématiques sont un ensemble de règles rigoureuses qu'il faut suivre. Cette vision absolutiste des mathématiques à la base des mathématiques scolaires, partagée par les acteurs peuvent être à la base de certaines difficultés qu'ont les étudiants en première année. Les étudiants ne cherchent pas à comprendre et à saisir le sens des notions enseignées, ils imitent l'enseignant dans ce qu'il fait, pensant un jour pouvoir faire comme lui. Cette manière de concevoir l'apprentissage des mathématiques est partagée par certains enseignants chercheurs de l'échantillon.

Les enseignants privilégient dans leurs pratiques l'aspect théorique au détriment des aspects fonctionnel et utilitaire, gages d'une motivation et d'un apprentissage de la part des apprenants. Cette vision des mathématiques par les acteurs entre en conflit avec la posture socio-constructiviste de l'apprentissage que nous avons adoptée dans notre cadre théorique. L'analyse des programmes du secondaire a montré la présence d'instructions claires à l'endroit des enseignants pour l'utilisation de méthodes d'enseignement donnant du sens aux notions. Elle a aussi montré que les programmes des semestres 1 et 2 de la licence 1 des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou ne contiennent d'instructions dans ce sens. Le choix est laissé aux enseignants quant à la méthodologie à utiliser. Ces derniers privilégient l'aspect théorique dans leur activité d'enseignement (cf. les propos de l'enseignant_n°2), en éliminant des notions tout ce qui leur donnent du sens et qui ont de fois été à la base de leur développement.

Cette vision platonicienne des mathématiques partagée par les acteurs (apprenants et enseignants) sont à la base des difficultés d'enseignement/apprentissage des mathématiques dans la transition secondaire/supérieur.

6.2.3. Une utilité reconnue aux mathématiques

Un autre aspect des représentations recherché porte sur l'utilité des mathématiques, l'utilité d'une chose est un facteur de motivation intrinsèque pour l'individu à qui elle est destinée. Les acteurs interrogés dans cette recherche jugent que les mathématiques sont utiles.

Les apprenants dans leur grande majorité trouvent les mathématiques utiles. Les raisons avancées sont diverses : formation de l'esprit critique, pluridisciplinarité, sciences et technologie, économie, etc. Les enseignants sont d'avis que les mathématiques sont utiles. Cette utilité reconnue aux mathématiques n'est pas mis à jour par les enseignants dans leur pratique de classe. Nous reprenons pour le besoin de notre interprétation les dires de l'enseignant_n°3, interrogé sur la légitimité de la question « à quoi servent les mathématiques » :

> Elle est justifiée parce qu'ils ne voient pas l'utilité des mathématiques. Les mathématiques que nous faisions on n'arrive pas à convertir immédiatement pour eux. Pour certains chapitres comme les suites, la probabilité, ça posent moins de problèmes. Mais pour d'autres notions comme les ln, exponentielle, ils ne savent pas à quoi ça sert. Moi même en temps que professeurs je ne peux pas expliquer leur utilité, donc la question est justifiée.

Cette difficulté des enseignants à faire l'utilité des mathématiques, notamment de certaines notions interroge la formation initiale et continue des enseignants du secondaire qui devaient au moins être en mesure de le faire. La formation initiale et continue des enseignants de mathématiques est-elle défaillante ? Les enseignants de mathématiques du secondaire accordent-ils du sens aux notions enseignées ? Les réponses à ces questions qui ne sont pas l'objectif de ce travail de recherche pourrai peut-être apporter un plus à la motivation des apprenants dans l'apprentissage des mathématiques.

6.2.4. Une démotivation des étudiants pour les mathématiques

La démotivation apparait très clairement comme un facteur important dans l'échec des étudiants en première année des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou. Les étudiants et les enseignants du secondaire placent la démotivation dans le trio de tête des facteurs de difficultés en mathématiques avec les méthodes d'enseignement et la paresse (cf. graphiques 5 et 6). Cette démotivation pourrait s'expliquer par la vision des mathématiques et les méthodes d'enseignement du supérieur en rupture avec celles du secondaire. Les méthodes d'enseignement sont elles-mêmes tributaires de la vision des mathématiques. Les enseignants ont appris les mathématiques avec une certaine conception de celles-ci, une conception qu'ils reproduisent. Se remettre en cause semble difficile pour la plupart des enseignants.

Parlant de motivation dans l'apprentissage des mathématiques, notre enquête fait ressortir la démotivation comme facteur de difficulté et d'échec en mathématiques chez les étudiants de première année des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou. La motivation est aussi citée par les étudiants comme condition de réussite en mathématiques. La vision de l'apprentissage que nous avons adopté dans cette vision est le socioconstructiviste. Dans la perspective socio-constructiviste, l'apprentissage est un processus actif s'appuyant sur l'activité de l'apprenant, son désir et sa volonté à s'impliquer et l'énergie qu'il est prêt à investir. Rolland Viau (1994) donne la définition de la motivation :

> La motivation en contexte scolaire est un état dynamique qui a ses origines dans les perceptions qu'un élève a de lui-même et de son environnement et qui l'incite à choisir une activité, à s'y engager et à persévérer dans son accomplissement afin d'atteindre un but » (p. 7)

Les perceptions qu'a l'apprenant de lui-même et de son environnement joue un rôle central dans la motivation et donc dans l'engagement à apprendre. Dans cette recherche les étudiants évoquent un environnement démotivant, des dires et des propos dévalorisant en leur égard par les enseignants de mathématiques. Les sentiments qu'ils ont d'eux-mêmes sont ceux du découragement, du manque de confiance en soi et de pessimisme dans l'appropriation des connaissances mathématiques. La motivation qui devait en partie provenir de l'utilité reconnue aux mathématiques, se trouve transformée en démotivation de par les choix inadéquats tant les conditions de travail que dans les méthodes d'enseignement.

Cette démotivation des étudiants dans l'apprentissage des mathématiques est reconnue par les enseignants, qui l'imputent au cursus divers des étudiants, aux pratiques de certains enseignants et au milieu familial des étudiants. La démotivation des enseignants et des parents eux-mêmes à l'égard des mathématiques est hérité par l'apprenant ou l'enfant. Il n'est pas rare d'entendre des propos dévalorisant tenus par des citoyens à l'égard des mathématiques et des enseignants de mathématiques. La situation socio-économique (surtout en biens matériels) des enseignants démotive l'engagement des apprenants dans la poursuite des études en mathématiques pour ne pas "risquer" d'être professeur de mathématiques.

Il ressort de ces interprétations que les représentations et croyances qu'ont les acteurs (apprenants et enseignants) à l'égard des mathématiques et de leur enseignement sont causes d'échec en mathématiques chez les étudiants.

Une des questions à la base de notre recherche est l'importance des exigences sans cesse croissant du formalisme et de la démonstration dans l'échec massif des étudiants des filières scientifiques. Qu'est ce qui ressort de l'analyse des données ?

6.3. Des exigences de plus en plus fortes en formalisme et en démonstration

Il ressort des propos des enseignants que le niveau des enseignants est bas. Ils évoquent une méconnaissance des techniques de raisonnement. Par contre les étudiants comme les élèves sous-estiment leurs difficultés en matière de démonstration. Ils reconnaissent néanmoins qu'ils ont des difficultés dans le raisonnement mathématique, dans la maîtrise et l'exploitation des règles.

L'analyse montre que les apprenants n'ont pas un bon niveau en démonstration, qu'ils ont des difficultés et qu'il y a un saut dans les exigences en démonstration et en formalisme à travers les programmes d'enseignement et les tâches données aux apprenants dans les deux ordres d'enseignement.

L’analyse des programmes de mathématiques de l’enseignement secondaire et de la première année sciences et technologies montre des différences dans les exigences en démonstration et en formalisme. En effet les contenus et la méthodologie dans les programmes de l’enseignement secondaire sont balisés. Ce qui n’est pas exigibles des élèves est clairement défini et ce qui n’est pas le cas est souvent précisé. Des consignes assez strictes accompagnent les programmes. Tandis qu’en première année des filières scientifiques le libre choix est laissé à l'enseignant.

Ces contenus et objectifs sont accompagnés d'instructions et de commentaires permettant d'encadrer l'enseignant tant sur les limites dans les contenus que dans la démarche méthodologique. Les programmes de l'enseignement supérieur analysés contrastent sur le plan de la forme et du fond avec ceux du secondaire. Ce sont des listes de contenus. Il n'y a pas d'instructions susceptibles de cadrer l'enseignant dans les limites des contenus et dans la méthodologie. Ils semblent laisser une liberté à l'enseignant dans sa pratique de classe. Il lui appartient de cerner les intentions du programme, de choisir les objectifs spécifiques et l'approche méthodologique. Cette description des programmes des deux ordres d'enseignement pourrait être à la base d'abus ou d'insuffisance en termes d'exigences dans le formalisme et dans la démonstration.

L’analyse des tâches laisse voir un saut significatif dans les exigences en formalisme et en démonstration. Le passage des questions non ouvertes, routinières au secondaire aux questions ouvertes laisse entrevoir un saut significatif dans les exigences en formalisme et en démonstration entre le secondaire et le supérieur.

Les programmes d’enseignement faisant partie intégrante de la culture mathématique de chaque niveau d’enseignement, nous pouvons affirmer que le supérieur n’a pas la même culture que le secondaire en matière de démonstration et de formalisme.

6.4. Difficultés, limites et perspectives

Dans ce paragraphe, nous posons un regard critique sur notre travail et explorons les perspectives.

6.4.1. Difficultés et limites de l’étude

Cette recherche a l'avantage de traiter de la question récurrente et d'actualité: celle de la transition secondaire/supérieur dans le domaine de l'enseignement-apprentissage des mathématiques. Cette transition problématique dans beaucoup de pays a fait l'objet de nombreux travaux scientifiques. La spécificité de notre travail est qu'il est le premier à notre connaissance à traiter du problème de l'échec en mathématiques en première année des filières scientifiques au niveau du Burkina Faso en lien avec la transition.

Elle a des limites et des faiblesses. Les limites de notre étude sont essentiellement d’ordre méthodologique. Des difficultés de plusieurs ordres ont entravé le recueil de données. La première difficulté rencontrée demeure la perturbation des années scolaires et universitaires 2011-2012 et 2012-2013.

Dans notre approche méthodologique, nous avons prévu d'enquêter par questionnaires auprès des enseignants de mathématiques du supérieur ayant une expérience d'enseignement avérée en première année des filières scientifiques. Nous n'avons pas pu exécuter cette partie de notre approche méthodologique pour causes de disponibilités des répondants. Nous avons dû nous contenter des entretiens.

Des observations de cours dans les classes du secondaire et en première année des filières scientifiques auraient été d'un apport certain dans notre étude. Nos démarches préliminaires auprès des enseignants du secondaire dans ce sens se sont avérées infructueuses. Ceux-ci ne consentaient pas à nous recevoir pendant des séances de cours. Notre position de conseiller pédagogique de l'enseignement secondaire[39] a peut-être dissuader ces enseignants du secondaire. Au niveau de l'université de Ouagadougou, les mêmes perturbations ne nous ont pas permis de mettre en œuvre l'observation de cours. Nous avons dû nous contenter de l’analyse des programmes de l’enseignement secondaire et de la première année des filières scientifiques de l’université de Ouagadougou.

---

[39] Le chercheur est conseiller pédagogique de l'enseignement secondaire en mathématiques. A ce titre, il fait partie de ceux chargés de veiller à l'application des instructions officielles relatives à l'enseignement des mathématiques. le conseiller est perçu à tort ou à raison comme un inquisiteur par les enseignants.

Nous avons analysé dans un volet de notre étude des tâches données aux élèves et aux étudiants. L'analyse des productions des apprenants relatives à ces tâches aurait apporté un plus à notre travail. Nous avons privilégié des sujets d'examens pour des raisons évoquées dans notre cadre méthodologique. Mais l'accès aux copies d'examen est soumis à des contraintes institutionnelles difficiles à lever. Une des solutions aurait consisté à faire travailler les étudiants sur des tâches proposées de commun accord avec un enseignant. De telles tâches nous permettraient certainement d'apprécier le niveau des apprenants, mais nous n'aurions pas travaillé sur des sujets d'examens.

6.4.2. Perspectives

Nous avons investigué les causes d'échec en mathématiques dans la transition secondaire/supérieur dans les filières scientifiques de l'université de Ouagadougou dans le but de trouver des solutions à même d'amoindrir ces échecs en mathématiques.

Il ressort que la rupture entre les méthodes et les programmes d'enseignements des deux ordres d'enseignement est une des causes d'échecs en mathématiques. Cette rupture est le fait de phénomènes comme le fonctionnement en vase clos des deux ordres d'enseignement. De même, une rupture dans les exigences en formalisme et en démonstration entre les deux ordres d'enseignement a été relevée comme une des causes d'échec. Des représentations et croyances des acteurs inhibant l'enseignement/apprentissage des mathématiques sont considérées comme source d'échec en mathématiques. Les enseignants interviewés proposent le rapprochement entre les acteurs (enseignants et personnes ressources) du secondaire et du supérieur. Ce rapprochement devrait permettre aux uns et aux autres d'être au parfum de la culture des autres et d'en tenir compte dans sa pratique enseignante. L'harmonisation des programmes a été proposée comme solution pour parvenir à la continuité dans les programmes d'enseignement. Cette harmonisation devrait prendre en compte les besoins des sortants de l'enseignement secondaire (en contenus, en formalisme et en démonstration) pour assurer leur insertion dans l'enseignement supérieur. Une sensibilisation des acteurs des deux ordres d'enseignement dans ce sens serait un atout et constitue pour nous une perspective d'utilisation de nos acquis pendant cette étude.

Des griefs ont été relevés sur la formation pédagogique des enseignants du supérieur. La création et le développement d'une pédagogie universitaire pourrait, selon nous, aider les enseignants du supérieur dans la gestion pédagogique du nombre sans cesse croissant des étudiants.

Dans nos perspectives de solution au problème traité dans notre étude, le diagnostic des besoins des sortants de l'enseignement secondaire a été évoqué. Ce diagnostic a fait l'objet de travaux sous d'autres cieux (Najar, 2010; Corriveau, 2010). Ce diagnostic pour le cas spécifique du Burkina Faso offre des pistes intéressantes de recherche.

Notre recherche pointe du doigt la différence de culture mathématique comme une des causes majeures d'échec des étudiants des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou. Le grand défi est le rapprochement de deux cultures mathématiques : celle du secondaire et celle du supérieur. De façon générale, dans une vision holistique du système éducatif burkinabè, comment rapprocher les cultures mathématiques entre ordres d'enseignement successifs et certainement entre l'éducation formelle (institution scolaire) et l'éducation non formelle (institutions d'alphabétisation).

Conclusion

Dans cette recherche, nous sommes partis d'un constat d'échec en mathématiques des étudiants en première année des filières scientifiques de l'université de Ouagadougou au Burkina Faso. Ce constat, qui ne semble pas être propre à l'université de Ouagadougou, ne nous a pas laissé indifférent. Nous avons alors mené une étude sur les causes d'échec en mathématiques des étudiants en lien avec la transition secondaire/supérieur dans le but d'atténuer les effets de la transition sur les performances des étudiants en mathématiques.

Nous avons au départ indexé les ruptures dans les programmes et les méthodes d'enseignement, les croyances et représentations des acteurs à propos des mathématiques et de leur enseignement. La rupture dans les exigences en formalisme et en démonstration a été aussi indexée.

Nous avons utilisé une approche mixte de recherche, alliant questionnaires, entretiens semi-dirigés et analyse documentaire pour notre étude. Les apprenants (élèves et étudiants), les enseignants du secondaire et du supérieur ont constitué notre public cible et ont été enquêtés par questionnaires et/ou entretiens semi-dirigés. Les programmes de mathématiques du secondaire et du supérieur, des tâches données aux apprenants dans les deux ordres d'enseignement ont fait l'objet d'une analyse de contenus.

Notre étude, menée auprès des acteurs ci-dessus cités confirme une rupture forte dans les programmes et méthodes d'enseignement et les difficultés causées par cette rupture. Notre première hypothèse « L'échec massif en mathématiques des étudiants de première année des filières scientifiques est étroitement dû à la rupture entre les méthodes et programmes d'enseignement dans la transition secondaire/supérieur » se voit alors vérifiée. Elle a aussi mis en relief les difficultés causées par cette rupture dans l'enseignement/apprentissage des mathématiques à la transition secondaire/supérieur dans les filières scientifiques de l'université de Ouagadougou.

Elle s'est aussi intéressé aux représentations et croyances des acteurs (apprenants et enseignants) à propos des mathématiques et de leur enseignement. Elle confirme l'existence de représentations et croyances capables d'entraver l’enseignement apprentissage des mathématiques à la transition secondaire. Elle confirme notre deuxième hypothèse « Les représentations, croyances et conceptions des élèves, étudiants et enseignants de mathématiques à propos des mathématiques et de leur enseignement sont sources d’échec pour l’enseignement/apprentissage des mathématiques ».

Le sentiment de fatalité dans l’échec en mathématiques, la vision des mathématiques, la démotivation des étudiants et le comportement des enseignants sont causes d’échec en mathématiques des étudiants de première année des filières scientifiques.

L’analyse des programmes de mathématiques et des tâches données aux apprenants des deux ordres d’enseignement montre une rupture dans les attentes en formalisme et en démonstration dans la transition secondaire/supérieur. Cette rupture est cause d’échec des étudiants de première année. L'étude confirme alors notre troisième et dernière hypothèse « L’échec en mathématiques en première année des filières scientifiques dans la transition secondaire/supérieur est dû aussi à la rupture dans les exigences en formalisme et en démonstration ».

Notre recherche a permis de mettre en évidence la différence de culture mathématique entre le secondaire et le supérieur. Les perspectives de recherches se dégagent pour l’édification d’un système éducatif burkinabè plus harmonieux.

Références bibliographiques

Abric, J. C. (1987). *Coopération, compétition et représentations sociales*. Cousset (Fribourg), Suisse: Delval.

Alvaro, P. (1997). Echantillonnage et recherche qualitative: Essai théorique et méthodologique. In. La recherche qualitative. Enjeux épistémologiques et méthodologiques.http://classiques.uqac.ca/contemporains/pires_alvaro/echantillonnage_recherche_qualitative/echantillon_recherche_qual.pdf . Consulté le 09/06/2011.

Arsac, G. (1988). Les recherches actuelles sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation en France. *Recherches en didactique des mathématiques, 9*(3), 247-280.

Artigue, M. (2004). Le défi de la transition secondaire/que peuvent nous apporter les recherches et les innovations développées dans ce domaine? *Actes du 1er Congrès franco-canadien des sciences mathématiques*. Toulouse France.

Assemblée, N. (2007). Loi n°13-2007/an portant loi d'orientation de l'éducation: Assemblée Nationale du Burkina Faso.

Ausubel, D. P. (1968). A cognitive view. *Education Psychology*.

Azrou, N. (2007). Quand les bonnes méthodes ne marchent pas. In B. Nadine & M. Claudine (Eds.), *L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés*. Les actes du colloque EMF 2006. Sherbrooke: Editions du CRP.

Balacheff, N. (1987). Processus de preuves et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics, 18(2)*, 147-176.

Balacheff, N. (1988). *Une étude des processus de preuve en mathématique chez les élèves de collège.* Thèse de doctorat de l'université Joseph Fourier, Grenoble.

Barro/Pitroipa, M. (2007). Problématique de la transition enseignement secondaire-supérieur: Analyses de quelques causes d'échec en physique et chimie des étudiants de première année, *Ecole Normale Supérieure de Koudougou*. Koudougou: (Mémoire inédit de fin de formation à la fonction d'inspecteur de l'enseignement secondaire) Université de Koudougou, Burkina Faso.

Berthier, P. (1996). *L'ethnographie de l'école: Éloge critique*. Paris: Anthropos.

Blanchet, A. e. A. G. (1992). *L'enquête et ses méthodes: L'entretien.* (2 éd.). Paris: Armand Colin.

Bloch, I. (2000). *L'enseignement de l'analyse à la charnière lycée/université.*

Bogdan, R. T., S.J. (1975). Introduction to qualitative research methods: A phenomenological approach to the social sciences. *Teaching Sociology, 5*(2), 213-216.

Bouchard, C. (1991). *Un Québec fou de ses enfants, rapport du groupe de travail pour les jeunes*. Québec: Ministère de la Santé et des Affaires Sociaux.

Bouchard, J. M. (1988). De l'institution à la communauté. Les parents et les professionnels: Une relation qui se construit. *Éducation familiale*, 157-184.

Boutin, G. (2000). *L'entretien de recherche qualitative*. Sainte Foy: Presses de l'Université du Québec.

Boutinet, J. P. (2009). *L'abc de la vae*. Toulouse: Érès.

Bouvier, A. (1986). *La didactique des mathématiques: Le dire et le faire*. Paris: Cedic/Nathan.

Bridoux, S. (2011). *Enseignement des premières notions de topologie à l'université. Une étude de cas.* (Thèse de doctorat) Université Paris Diderot, Paris 7, Paris.

Bronfenbrenner, U. (1996). Le modèle processus-personne-contexte-temps dans la psychologie du développement: Principes, applications et implications. *Dans R Tessier et J M Trabulsy (Eds): le modèle écologique dans l'étude du développement de l'enfant*, 9-59.

Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction.* Cambridge, MA: Harvard University.

Cannel, C. F. (1974). *L'interview comme méthode de collecte*. Paris: PUF.

Caouette, C. E. (1992.). *Si on parlait d'éducation*. Montréal: VLB.

Charlier, E. (1989). *Planifier un cours, c'est prendre des décisions*. Bruxelles: De Boeck Université.

Charnay, L. (1993). Problème ouvert, problème pour chercher. *"Le grand N", 51*, 77-83.

Chauchat, H. (1995). *L'enquête en psycho-sociologie* (3e éd.). Paris: P.U.F.

Chellougui, F. (2007). Les paradoxes de la formalisation dans l'élaboration d'un concept clé dans la transition lycée/université. In B. Nadine & M. Claudine (Eds.), *L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés*. Les actes du colloque EMF 2006. Sherbrooke: Editions du CRP.

Corriveau, C. (2007). *Arrimage secondaire-collégial, démonstration et formalisme.* (mémoire inédit) Université du Québec à Montréal., Montréal.

Cosnefroy, O. (2010). *Age d'entrée à l'école primaire, habilités d'autorégulation et devenir scolaire des enfants.* (Thèse de doctorat inédit) Université de Nantes, NANTES.

De Jong, O. (1998). Point de vue de professeurs et de futurs professeurs de chimie concernant l'enseignement de la combustion. *Aster* (26), 183-205.

Denzin, N. (1989). The research act. *Prentice Hall*.

DGIFPE. (2004). *Actes de la cinquième conférence annuelle des inspecteurs de l'enseignement secondaire*. Ouagadougou: Ministère des enseignements secondaire, supérieur et de la recherche scientifique, Burkina Faso.

Dockett, S., & Perry, B. (2004). Starting school: Perspectives of australian children, parents and educators. *Journal of early chilhood research. 2004, 2*(2), 171-189.

Doray, P., Picard, F., Trottier, C., & Groleau, A. (2009). *Les parcours éducatifs et scolaires: Quelques balises conceptuelles*. Montréal.: Fondation canadienne des bourses d'études du millénaire.

Dorier, J. L. (1990). *Contribution à l'étude de l'enseignement à l'université des premiers concepts d'algèbre linéaire. Approche historique et didactique.*, de l'Université Joseph Fourier, Grenoble 1.

Douamba, K. J. P. (1999). *Echec en mathématiques au Burkina Faso: Approche de quelques causes en classe de sixième. Mémoire inédit de fin de formation à la fonction d'inspecteur de l'enseignement secondaire.* Université de Koudougou, Burkina Faso.

Dunlop, A.-W., & Fabian, H. (2002.). Conclusions: Debating transitions, continuity and progression in the early years. *N H. Fabian & A-W Dunlop (Eds.), Transition in the early years: Debating continuity and progression for young children.*

Durkheim, E. (2007). *Les règles de la méthode sociologique / introd. De françois dubet. 13e éd. Paris* (Vol. 20-XXII-149 p. (Quadrige. Grands textes).): Presses universitaires de France.

Elder, G. (1994). Trime, human agency and social change: Perspectives on the life course. *Social Psychology Quarterly, 57*(1), 4-15.

Fielding, N., & Schreier, M. (2001). Introduction: On the compatibility between qualitative and quantitative research methods [54 paragraphs]. In Forum: Qualitative Social Research (Ed.), *Forum Qualitative Sozialforschung: 2(1), Art. 4*: http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0114-fqs010146.

Foulquié, P. (1971). *Dictionnaire de la langue pédagogique*. Paris: Presse Universitaire de France.

Fulvi, J. (2010). *Préparation à la démonstration et au formalisme supplée au collégial par le cours de mathématiques pour les sciences.* (Mémoire inédit) Université du Québec, Service des bibliothèques.

Gaffié, B. (2005). Confrontations des représentations sociales et construction de la réalité. *Journal International sur les Représentations Sociales, 2*(1), 6-19.

Gagné, R. M. (1976). *Les principes fondamentaux de l'apprentissage. Application à l'enseignement*. Montréal: Les Éditions HRW.

Gallager, J. J. (1993). *Six views of teaching science. An invitation to reflection and discussion.* Michigan State University.

Gonzalez, T. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational studies in mathematics, 15*(2), 105-127.

Good, T. L., & Brophy, J. E. (1990). *Educational psychology: A realistic approach. (4th ed.).* White Plains, New York: Longman.

Goodman, J., Schlossberg, N. K., Anderson, M. L., & Schlossberg, N. K. (2006). *Counseling adults in transition: Linking practice with theory* (3rd ed.). New York: Springer Publishing Company.

Grawitz, M. (2001). *Méthodes des sciences sociales* (11e éd. -- ed.). Paris: Dalloz.

Grenier, D., & Payan, C. (2007). Des "situations recherches" pour l'apprentissage des savoirs transversaux. In B. Nadine & M. Claudine (Eds.), *L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés*. Les actes du colloque EMF 2006. Sherbrooke: Editions du CRP.

Grossetti, M. (2004). *Sociologie de l'imprévisible: Dynamiques de l'activité et des formes sociales*. Paris: P.U.F.

Gueudet, G. (2008). *Entrée à l'université / ressources en ligne. Eclairages théoriques et actions didactiques dans deux champs de recherche en didactique des mathématiques.* Université Denis Diderot. Paris 7.

Houssaye, J. (1992). *Théories et pratiques de l'éducation (i):Le triangle pédagogique/préface de Daniel Hamelin* (2 éd.). Berne: Peter Lang.

Isambert-Jamati, V. (1985). Quelques rappels de l'émergence de l'échec scolaire comme problème social dans les milieux pédagogiques français. In E. Plaisance (Ed.), *L'échec scolaire, nouveaux débats, nouvelles approches sociologiques.* Paris: Éditions du CNRS.

Jodelet, D. (1989). *Les représentations sociales*. Paris: P.U.F.

Karsenti, T., & Savoie-Zajc, L. (2000). *Introduction à la recherche en éducation*. Sherbrooke: Éditions du CRP: Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke.

Kelly, A. V. (1989). *The curriculum: Theory and practice.* London: Paul Chapman Publishing.

Koné, Y. (2006). *Echec en mathématiques dans les classes de 6ème: Approche de quelque causes au cm2 et en 6ème dans la commune de Koudougou.* (Mémoire inédit de fin de formation d'inspecteur de l'enseignement primaire) Université de Koudougou, Burkina Faso.

Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations. The logic of mathematical discovery*: John Worrall and Elie Zahar, Eds.

Landsheere, G. d. (1992). *Dictionnaire de l'évaluation et de la recherche en éducation, avec lexique anglais-français* (2e éd. rev. et augm. -- ed.). Paris: P.U.F.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.

Legendre, R. (1993). *Dictionnaire actuel de l'éducation* (2 ed.). Montréal: Guérin.

Lincoln, Y., & Guba, E. (1985). *Naturalistic inquiry*. Newbury Park, CA: Sage Publications.

Macquarie. (1981). *Macquarie dictionary*. Sidney: Macquarie Dictionary Publishers, 1981.

Meirieu, P. (1988). *Apprendre… oui, mais comment?* Paris: ESF éditeur.

MESSRS. (1996a). Mathématiques, programmes et instructions, classes du second cycle, classe de seconde c: Ministère des enseignements secondaire, supérieur et de la recherche scientifique; Direction des inspections et de la formation du personnel de l'éducation, Inspection de Mathématiques, Burkina Faso.

MESSRS. (1996b). Mathématiques, programmes et instructions, classes du second cycle, classe de première c/e: Ministère des enseignements secondaire, supérieur et de la recherche scientifique; Direction des inspections et de la formation du personnel de l'éducation, Inspection de Mathématiques, Burkina Faso.

MESSRS. (1996c). Mathématiques, programmes et instructions, classes du second cycle, classe de première d: Ministère des enseignements secondaire, supérieur et de la recherche scientifique; Direction des inspections et de la formation du personnel de l'éducation, Inspection de Mathématiques, Burkina Faso.

MESSRS. (1996d). Mathématiques, programmes et instructions, classes du second cycle, classe de terminale c/e: Ministère des enseignements secondaire, supérieur et de la recherche scientifique; Direction des inspections et de la formation du personnel de l'éducation, Inspection de Mathématiques, Burkina Faso.

MESSRS. (2009). Nouveaux programmes de mathématiques de l'enseignement général post-primaire: Ministère des enseignements secondaire, supérieur et de la recherche scientifique; Direction des inspections et de la formation des personnels de l'éducation, Inspection de Mathématiques, Burkina Faso.

Moscovici, S. (1961). *La psychanalyse, son image et son public: Étude sur la représentation sociale de la psychanalyse*. Paris: P.U.F.

Nadeau, M.-A. (1988). *L'évaluation de programme, théorie et pratique*. Québec: Les Presses de l'Université Laval.

Najar, R. (2010). *Effets des choix institutionnels d'enseignement sur les possibilités d'apprentissage des étudiants cas des notions ensemblistes fonctionnelles dans la transition secondaire/supérieur.* (Thèse de doctorat inédit) Université Paris Diderot, Paris.

Patton, M., Q. (1980). *Qualitative evaluation methods*. Beverly Hills: Sage Publications.

Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Newbury Park, CA: Sage publications.

Pierre Doray, France Picard, Claude Trottier, & Groleau, A. (2009). *Les parcours éducatifs et scolaires: Quelques balises conceptuelles*. Montréal.: Fondation canadienne des bourses d'études du millénaire.

Porlan-Ariza, R., Garcia-Garcia, E., Rivero-Garcia, A., & del Pozo, R. M. (1998). Les obstacles à la formation professionnelle des professeurs en rapport avec leurs idées sur la science, l'enseignement et l'apprentissage. *ASTER, L'enseignement scientifique vu par les enseignants, 26*, 207-235.

Praslon, F. (2000 -a). *Continuités et ruptures dans la transition terminale s/deug sciences en analyse. Le cas de la notion de dérivée et son environnement.* (Thèse de doctorat inédit) Université Paris Diderot, Paris 7.

Praslon, F. (2000 -b). *Continuités et ruptures dans la transition terminale s/deug sciences en analyse. Le cas de la notion de dérivée et son environnement.*, Université Paris Diderot, Paris 7.

REICHARDT, C. S., & RALLIS, S. F. (1994). The qualitative-quantitative debate: New perspectives. *New directions for program evaluation, 61*, 1-98.

Rimm-Kaufman, S. E., Pianta, R. C., & Cox, M. J. (2000). Teachers' judgments of success in the transition to kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly, 15*(2), 147–166.

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques, 18*(2), 139-190.

Robert, A., & Rogalski, M. (2002). Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices? Le double travail de l'enseignement sur les énoncés et sur la gestion en classe. *petit x, 60*, 6-25.

Rogalski, M. (1990). *Graphiques et raisonnements: Visualiser des fonctions. "audimath".2, dossier de l'enseignant de mathématiques*. Paris: Centre national de documentation pédagogique, Ministère de l'Education Nationale.

Rokeach, M. (1970). *A theory of organisation and change (3e edition).* San Francisco: Jossey.

Rousseau, R. ((1996)). La fécondité de la recherche en éducation: Mirages et certitude de l'approche quantitative.

Sebego, S. G. (2005). *Transition primaire-secondaire: Études des causes d'échec en mathématiques dans les classes de sixième: Cas de la commune de koudougou.*, (Mémoire inédit de fin de formation d'inspecteur de l'enseignement primaire) Ecole Normale Supériure de l'Université de Koudougou.

Shannon, C. E., & Weaver, W. (1949). *A mathematical model of communication*. Urbana, IL:S: University of Illinois Press.

Shavelson, R. J., & Stern, P. (1981). Research on teachers' pedagogical thoughts, judgments, decisions, and behavior. *Review of Educational Research, 51*(4), 455-498.

Skinner, B. F. (1938). *The behavior of organisms: An experimental analysis*. New York: D. Appleton-Century company, incorporated.

Skinner, B. F. (1968). *The technology of teaching*. New York: Appleton-Century-Crofts.

Tanguay, D. (2002). L'enseignement des vecteurs. *Bulletin AMQ, XLII* (4), 36-47.

Tesch, R. (1990). *Qualitative research: Analysis types and software tools*. New York: Falmer Press.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. *Handbook of research on Mathematics Teaching and Learning, 7*, 127-146.

Traoré, B. (2002). *Echec en mathématiques au burkina faso: Réflexion sur quelques causes en classe de seconde c.* (Mémoire inédit de fin de formation à la fonction d'inspecteur de l'enseignement secondaire) Université de Koudougou, Burkina Faso.

Traoré, K. (2007). *Des mathématiques chez des paysans?* Montréal: Editions Bandes didactiques-Mathèse.

Vermersh, P. (2000). *L'entretien d'explicitation*. Issy-les-Moulineaux: ESF.

Viau, R. (1994). *La motivation en contexte scolaire.* Québec: Les Éditions du Renouveau Pédagogique Inc.

Vygotsky, L. S. (1985). *Pensée et langage (trad. F. Sève)*. Paris: Editions Sociales (1ère édition en russe, 1934).

Wanlin, P. (2007). L'analyse de contenu comme méthode d'analyse qualitative d'entretiens: Une comparaison entre les traitements manuels et l'utilisation de logiciels. *Recherches Qualitatives, Hors série n°3*, 243-272.

Watson, J. (1913). Psychology as the behaviorist views it. *Psychological Review, 20*, 158-177.

Wolcott, H., F. (1975). Criteria for un ethnographic approach to research in schools. *Human organisation, 34*(2), 111-127.

Woods, P. (1990). *L'ethnographie de l'école.* Paris: Armand Colin.

Annexes